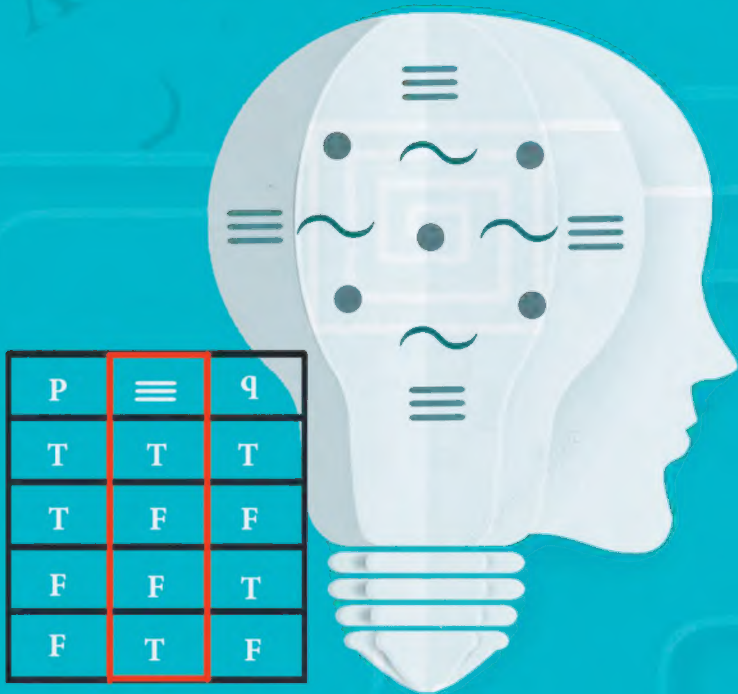
# तर्कशास्त्र

## इयत्ता अकरावी







# भारताचे संविधान

## भाग ४ क

## नागरिकांची मूलभूत कर्तव्ये

**अनुच्छेद ५१ क**

**मूलभूत कर्तव्ये – प्रत्येक भारतीय नागरिकाचे हे कर्तव्य असेल की त्याने –**

(क) प्रत्येक नागरिकाने संविधानाचे पालन करावे. संविधानातील आदर्शांचा, राष्ट्रध्वज व राष्ट्रगीताचा आदर करावा.

(ख) स्वातंत्र्याच्या चळवळीला प्रेरणा देणाऱ्या आदर्शांचे पालन करावे.

(ग) देशाचे सार्वभौमत्व, एकता व अखंडत्व सुरक्षित ठेवण्यासाठी प्रयत्नशील असावे.

(घ) आपल्या देशाचे रक्षण करावे, देशाची सेवा करावी.

(ङ) सर्व प्रकारचे भेद विसरून एकोपा वाढवावा व बंधुत्वाची भावना जोपासावी. स्त्रियांच्या प्रतिष्ठेला कमीपणा आणतील अशा प्रथांचा त्याग करावा.

(च) आपल्या संमिश्र संस्कृतीच्या वारशाचे जतन करावे.

(छ) नैसर्गिक पर्यावरणाचे जतन करावे. सजीव प्राण्यांबद्दल दयाबुद्धी बाळगावी.

(ज) वैज्ञानिक दृष्टी, मानवतावाद आणि जिज्ञासूवृत्ती अंगी बाळगावी.

(झ) सार्वजनिक मालमत्तेचे जतन करावे. हिंसेचा त्याग करावा.

(ञ) देशाची उत्तरोत्तर प्रगती होण्यासाठी व्यक्तिगत व सामूहिक कार्यात उच्चत्वाची पातळी गाठण्याचा प्रयत्न करावा.

(ट) ६ ते १४ वयोगटातील आपल्या पाल्यांना पालकांनी शिक्षणाच्या संधी उपलब्ध करून द्याव्यात.

शासन निर्णय क्रमांक : अभ्यास २११६ / (प्र.क्र. ४३/१६) एसडी - ४ दिनांक २५.४.२०१६ अन्वये स्थापन करण्यात आलेल्या समन्वय समितीच्या दि. २०.०६.२०१९ रोजीच्या बैठकीमध्ये हे पाठ्यपुस्तक सन २०१९-२० या शैक्षणिक वर्षापासून निर्धारित करण्यास मान्यता देण्यात आली आहे.

# तर्कशास्त्र

## इयत्ता अकरावी

२०१९

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे

Q9R7G3

आपल्या स्मार्टफोनवरील DIKSHA App द्वारे पाठ्यपुस्तकाच्या पहिल्या पृष्ठावरील Q.R. Code द्वारे डिजीटल पाठ्यपुस्तक Q.R. Code द्वारे त्या पाठासंबंधित अध्ययन-अध्यापनासाठी उपयुक्त दृक-श्राव्य साहित्य उपलब्ध होईल.

प्रथमावृत्ती : २०१९
पुनर्मुद्रण : २०२२



**तर्कशास्त्र विषय समिती**

श्रीमती. डॉ. स्मिता सावे, अध्यक्ष

श्रीमती श्रद्धा चेतन पै, सदस्य

श्रीमती मीता हेमंत फडके, सदस्य

श्रीमती संध्या विश्वनाथ मरुडकर, सदस्य

डॉ. दिलीप नामदेव नागरगोजे, सदस्य

डॉ. बालाजी मारोतराव नरवाडे, सदस्य

डॉ. सदानंद एम. बिळळूर
(सदस्य – सचिव)

**तर्कशास्त्र अभ्यासगट**

श्री. सुरेश ठोंबरे
श्रीमती छाया बी. कोरे
श्री. वसंत विक्रमजी लोखंडे
श्रीमती फरजाना सिराजोद्दीन शेख
श्रीमती पिंकी हितेन गाला
श्री. धनराज तुकाराम लझडे
श्रीमती जानवी शाह

**समन्वयक**

डॉ. सदानंद एम. बिळळूर
विशेषाधिकारी, कन्नड
श्री. आर. एम. गणाचारी
सहायक विशेषाधिकारी, कन्नड

**मुखपृष्ठ**

श्री. यशवंत देशमुख

**अक्षरजुळणी**

निहार ग्राफिक्स, मुंबई

**कागद**

७० जी.एस.एम. क्रिमवोव्ह

**मुद्रणादेश**

**मुद्रक**

**निर्मिती**

**श्री. सच्चितानंद आफळे**
मुख्य निर्मिती अधिकारी
**श्री. प्रशांत हरणे**
निर्मिती अधिकारी

**प्रकाशक**

**विवेक उत्तम गोसावी**
**नियंत्रक**
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडळ, प्रभादेवी, मुंबई – २५

# भारताचे संविधान

## उद्देशिका

**आम्ही, भारताचे लोक, भारताचे एक सार्वभौम समाजवादी धर्मनिरपेक्ष लोकशाही गणराज्य** घडविण्याचा व त्याच्या सर्व नागरिकांस:

सामाजिक, आर्थिक व राजनैतिक **न्याय;**

विचार, अभिव्यक्ती, विश्वास, श्रद्धा व उपासना यांचे **स्वातंत्र्य;**

दर्जाची व संधीची **समानता;**

निश्चितपणे प्राप्त करून देण्याचा आणि त्या सर्वांमध्ये व्यक्तीची प्रतिष्ठा व राष्ट्राची एकता आणि एकात्मता यांचे आश्वासन देणारी **बंधुता** प्रवर्धित करण्याचा संकल्पपूर्वक निर्धार करून;

**आमच्या संविधानसभेत**

आज दिनांक सव्वीस नोव्हेंबर, १९४९ रोजी

**याद्वारे हे संविधान अंगीकृत आणि अधिनियमित करून स्वत:प्रत अर्पण करीत आहोत.**

## राष्ट्रगीत

जनगणमन-अधिनायक जय हे
भारत-भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
भारत-भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
जय जय जय, जय हे ।।

## प्रतिज्ञा

भारत माझा देश आहे. सारे भारतीय माझे बांधव आहेत.

माझ्या देशावर माझे प्रेम आहे. माझ्या देशातल्या समृद्ध आणि विविधतेने नटलेल्या परंपरांचा मला अभिमान आहे. त्या परंपरांचा पाईक होण्याची पात्रता माझ्या अंगी यावी म्हणून मी सदैव प्रयत्न करीन.

मी माझ्या पालकांचा, गुरुजनांचा आणि वडीलधाऱ्या माणसांचा मान ठेवीन आणि प्रत्येकाशी सौजन्याने वागेन.

माझा देश आणि माझे देशबांधव यांच्याशी निष्ठा राखण्याची मी प्रतिज्ञा करीत आहे. त्यांचे कल्याण आणि त्यांची समृद्धी ह्यांतच माझे सौख्य सामावले आहे.

# प्रस्तावना

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक मंडळाला इयत्ता ११ वी साठीचे 'तर्कशास्त्र' या विषयाचे पाठ्यपुस्तक तुमच्या हाती देताना आनंद होत आहे. तर्कशास्त्र हे विचाराचे शास्त्र आहे. तर्कशुद्ध विचार करणे हे माणसाचे व्यवच्छेदक लक्षण आहे. ही अद्‌वितीय क्षमता माणसाला उपलब्ध असलेल्या माहितीतून निष्कर्ष काढण्यास मदत करते. जरी तर्क करणे हा माणसाचा उपजत गुण असला तरी तर्कशास्त्रज्ञांनी विचाराच्या / तर्काच्या नियमांची ओळख करून दिली आहे. या विचारांच्या नियमांशी तर्कशास्त्र संबंधित आहे. तर्कशास्त्रात अशा काही पद्‌धतींचा आणि तत्त्वांचा अभ्यास केला जातो, जो आपल्याला योग्य आणि अयोग्य युक्तिवादातील फरक ओळखण्यास मदत करतो. तर्कशास्त्राचे ज्ञान आपल्याला अचूक तर्क करण्यासाठी आणि युक्तिवादातील तर्कदोष शोधण्यासाठी आपली क्षमता सक्षम करण्यास मदत करते. म्हणून तर्कशास्त्र ही एक मूलभूत विद्याशाखा आहे, जी इतर सर्व ज्ञानशाखांसाठी आवश्यक ठरते.

तर्कशास्त्राचा परिचय करून दिल्यामुळे विद्यार्थ्यांच्या परिपक्वतेत लक्षणीय वाढ होऊन आकलन करणे, युक्तिवाद करणे आणि आपले म्हणणे इतरांना पटवून देणे यात तो तरबेज होतो. त्यामुळे इयत्ता ११ वी तच तर्कशास्त्राचा अभ्यास तर्कशास्त्रीय, विश्लेषणात्मक आणि चिकित्सकपणे विचार करण्याची क्षमता समृद्‌ध करतो.

या पाठ्यपुस्तकाचा हेतू तर्कशास्त्राची मूलभूत तत्त्वे आणि त्यांचे उपयोजन स्पष्ट करणे हा आहे. हे पाठ्यपुस्तक अधिक रंजक आणि कृतीप्रधान बनविण्याचा प्रयत्न केला आहे, जेणे करून विषयाचे आकलन सुलभ व्हावे आणि विषयामध्ये रूची निर्माण व्हावी. ग्रामीण व शहरी भागातील विद्यार्थ्यांच्या गरजा लक्षात घेऊन पाठ्यपुस्तक लिहिले गेले आहे. या पाठ्यपुस्तकात दिलेले अनेक कृतीप्रधान प्रश्न, स्वाध्याय आणि कोडी यावरून विद्यार्थ्यांना तर्कशास्त्रातील मूलभूत संकल्पना समजण्यास आणि तर्कशास्त्रीय पद्‌धतीत प्राविण्य मिळविण्यासाठी मदत होईल. या पाठ्यपुस्तकाच्या पहिल्या पृष्ठावर क्यू.आर. कोड दिला आहे. क्यू. आर. कोड द्‌वारे मिळवलेली माहिती देखील तुम्हांला खूप आवडेल.

तर्कशास्त्र विषय समिती आणि अभ्यासगट, समीक्षक, गुणवत्ता परीक्षक आणि चित्रकार यांनी अतिशय आस्थेने हे पाठ्यपुस्तक तयार केले आहे. याबद्‌दल या सर्वांचे मनःपूर्वक आभार.

विद्यार्थी, शिक्षक व पालक या पाठ्यपुस्तकाचे स्वागत करतील अशी आशा आहे.

(डॉ. सुनिल मगर)
**संचालक**
महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती
व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ, पुणे ४

**पुणे**
**दिनांक** : २० जून २०१९,
भारतीय सौर : ३० ज्येष्ठ १९४१.

## शिक्षकांसाठी

इयत्ता ११ वी साठी तर्कशास्त्र या विषयाच्या पाठ्यपुस्तकाची ओळख करून देण्यास आम्हांला आनंद होत आहे. पुर्नरचित अभ्यासक्रमानुसार पाठ्यपुस्तकात दोन नवीन घटकांचा समावेश केलेला आहे. १. तर्कशास्त्राचा उगम व विकास २. तर्कशास्त्राचे उपयोजन. त्यानुसार विद्यार्थ्यांना भारतीय आणि पाश्चात्य तर्कशास्त्राच्या ऐतिहासिक विकासाची संक्षिप्त माहिती मिळेल. तर्कशास्त्राचा जागतिक पातळीवरचा विकास जाणून घेणे विद्यार्थ्यांसाठी चित्तवेधक ठरेल. भारतीय तर्कशास्त्राचा उगम आणि विकास या माहितीमुळे विद्यार्थ्यांना तर्कशास्त्र या विषयामधील भारतीय योगदानाबद्दल नक्कीच अभिमान वाटेल.

तर्कशास्त्र हा अत्यंत महत्त्वाचा विषय आहे आणि ज्ञानाच्या सर्व शाखांचा आधार आहे. तर्कशास्त्राचे उपयोजन हा घटक दैनंदिन जीवनातील तसेच महत्त्वाच्या क्षेत्रातील जसे – न्याय प्रक्रिया, विज्ञान व संगणक शास्त्र इ. मधील तर्कशास्त्राचे महत्त्व स्पष्ट करतो. हा घटक विद्यार्थ्यांना वैयक्तिक आयुष्यात आणि व्यावसायिक आयुष्यात घेतल्या जाणाऱ्या निर्णयासाठी तर्कशास्त्रीय विचाराचे महत्त्व समजून घेण्यास मदत करतो. योग्य वेळेला घेतलेल्या तर्कशुद्ध निर्णयाने जीवनात यश आणि आनंदाची प्राप्ती होऊ शकते हे अनुभवता येते. विविध स्पर्धात्मक परीक्षांमध्ये तर्काधिष्ठित निष्कर्ष काढण्याच्या क्षमतेची चाचणी घेतली जाते. त्यासाठी तर्कशास्त्राचा अभ्यास उपयुक्त ठरतो.

तर्कशास्त्राची ओळख एक स्वतंत्र विषय म्हणून इयत्ता ११ वी मध्ये करून देण्यात आली आहे. या टप्प्यावर विद्यार्थी स्वतंत्रपणे विचार करू लागतात आणि त्यांचे विचार, मत व्यक्त करतात. तर्कशास्त्र विचारांचे शास्त्र म्हणून सुसंगत व तर्कशुद्ध विचार करण्यास विद्यार्थ्यांना मदत करू शकते. तर्कशास्त्राचे शिक्षक म्हणून विद्यार्थ्यांना तर्कशुद्ध आणि अचूक विचार करण्यास प्रशिक्षित करणे ही आपली जबाबदारी आहे.

इयत्ता ११ वी हे तर्कशास्त्र विषय शिकण्याचे विद्यार्थ्यांचे पहिले वर्ष आहे. विद्यार्थ्यांचे वय आणि आकलन शक्ती लक्षात घेणे शिक्षकांसाठी गरजेचे आहे. तर्कशास्त्र अमूर्त संकल्पनांचा अभ्यास करते. म्हणून तर्कशास्त्रातील महत्त्वाच्या संकल्पना सोप्या भाषेत, उदाहरणे देऊन अनेक कृतींमधून टप्प्याटप्प्याने समजून देण्याची गरज आहे असे केल्याने विद्यार्थी या विषयाचा त्याच्या जीवनातील अनुभवाशी सांगड घालू शकेल. हे लक्षात घेऊन हे पाठ्यपुस्तक कृतीप्रधान बनविण्यात आले आहे. अनेकविध उदाहरणांचा उपयोग, शैक्षणिक साधने, वादविवाद स्पर्धा, तार्किक कोडी, दैनंदिन जीवनातील चांगल्या युक्तिवादाची आणि तर्कदोषाची उदाहरणे देऊन स्पष्ट करणे हे शिक्षकांकडून अपेक्षित आहे. प्रस्तुत पाठ्यपुस्तकातून विद्यार्थ्यांना अध्ययन आणि शिक्षकांना अध्यापन करताना रंजक, आनंददायी अनुभव घेता येईल.

## क्षमता विधाने

### क्षमता

- तर्कशास्त्राचा उगम आणि विकासाचे ज्ञान प्राप्त करून घेणे.
- तार्किक विचारांचे महत्त्व समजून घेणे.
- तर्कशास्त्रातील मूलभूत संकल्पना आणि तत्त्वे यांचे ज्ञान करून घेणे.
- तर्कशास्त्रातील युक्तिवादाचे प्रकार समजावून घेणे आणि ते ओळखण्याची क्षमता विकसित करणे.
- तर्कशुद्ध विचार करण्याची क्षमता विकसित करणे.
- वाक्य आणि विधान यामधील फरक समजून घेणे.
- विधानाच्या वैशिष्ट्यांचा अभ्यास करणे.
- विधानाचे प्रकार समजून घेणे आणि विधानांचे चिन्हांकन करण्याची क्षमता विकसित करणे.
- मूलभूत सत्यता कोष्टकाचे अध्ययन करणे.
- सत्यता कोष्टक पद्धतीचे अध्ययन करणे.
- सत्यता कोष्टक पद्धतीचा वापर करून विधानाकार सर्वतः सत्य आहे की नाही ते ठरविणे व युक्तिवादाकाराच्या वैधतेसंबंधी निर्णय घेण्याची क्षमता विकसित करणे.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीचे अध्ययन करणे.
- प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धतेद्वारे नैगमनिक युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्याची क्षमता विकसित करणे.
- विगमनाची गरज आणि महत्त्व समजून घेणे.
- वैगमनिक युक्तिवादाच्या प्रकाराचे ज्ञान प्राप्त करून घेणे. वैगमनिक युक्तिवादाचे दैनंदिन जीवनातील आणि विज्ञानातील उपयोजन समजून घेणे.
- वैगमनिक युक्तिवादाचे प्रकार ओळखण्याची क्षमता विकसित करणे.
- युक्तिवाद करण्याचे कौशल्य विकसित करणे.
- तर्कदोषांचे प्रकार समजून घेणे.
- तर्कदोषांचे प्रकार ओळखण्याची क्षमता विकसित करणे.
- तर्कशुद्ध पद्धतीने विचार करण्याची व युक्तिवादातील चुका शोधून काढण्याची क्षमता विकसित करणे.
- तर्कशास्त्राचे दैनंदिन जीवनातील तसेच न्याय, विज्ञान व संगणक या क्षेत्रातील उपयोजन समजून घेणे.

# अनुक्रमणिका


| पाठ क्रमांक | प्रकरणाचे नावे | पृष्ठ क्रमांक |
|---|---|---|
| १. | तर्कशास्त्राचे स्वरूप | १ |
| २. | विधानाचे स्वरूप | १३ |
| ३. | निर्णय पद्धती | ३२ |
| ४. | नैगमनिक पद्धती | ४८ |
| ५. | वैगमनिक अनुमान आणि त्याचे प्रकार | ६८ |
| ६. | तर्कदोष | ७७ |
| ७. | तर्कशास्त्राचे उपयोजन | ९१ |

# प्रकरण १ तर्कशास्त्राचे स्वरुप

*.... bad reasoning as well as good reasoning is possible, and this fact is the foundation of the practical side of logic. ---- CHARLES SANDERS PEIRC E*

**तुम्हाला माहीत आहे का?**

तर्कशास्त्र ही तत्त्वज्ञानाची एक शाखा आहे.

भारतात तर्कशास्त्र स्वतंत्रपणे विकसित झाले.

विचार करण्याची क्षमता हा मानवाचा विशेष गुणधर्म आहे.

तर्कशास्त्र हे माणसाला अचूक युक्तिवाद करण्यासाठी तयार करते.

तर्कशास्त्राच्या नियमांचा वापर करण्यासाठी वा अचूक युक्तिवाद करण्यासाठी तुम्हाला तर्कशास्त्राचे औपचारिक प्रशिक्षण घेणे गरजेचे असतेच असे नाही.

## १.१ तर्कशास्त्राचा उगम आणि विकास

पारंपारिकदृष्ट्या तर्कशास्त्र ही तत्त्वज्ञानाची एक शाखा आहे. मानवाशी निगडीत असलेल्या सर्वच क्षेत्रांमध्ये तत्त्वज्ञानाचा मोलाचा वाटा आहे. तर्कशास्त्र तात्त्विक विचाराचा पाया मजबूत करते. तत्त्वज्ञानांत आपल्या जिवनाविषयीचा किंवा विश्वाविषयीच्या मूलभूत प्रश्नांची उत्तरे देण्यासाठी स्पष्ट विचार करण्याची गरज असते. तत्वचिंतन करताना तर्कशास्त्रील मूलभूत तत्त्वांचा वापर हा विचार, तर्क आणि युक्तिवादासाठी महत्त्वाचा ठरतो .

प्राचीन काळात भारत, ग्रीस आणि चीन या राष्ट्रात तर्कशास्त्राचा उगम आणि विकास झाला. आधुनिक तर्कशास्त्राच्या शास्त्रशुद्ध अभ्यासाची सुरुवात केव्हा झाली याचा शोध घेत आपण मागे जातो, तेव्हा ग्रीक तत्वज्ञ ॲरिस्टॉटलशी तो थांबतो. (इ.स.पूर्व ३८४-३२२) ॲरिस्टॉटलला तर्कशास्त्राचा जनक मानले जाते. ॲरिस्टॉटलच्या तर्कशास्त्राचा प्रभाव संपूर्ण जगातील तर्कशास्त्राच्या विकासावर प्रामुख्याने पडलेला आहे. मात्र चीन व भारतात तर्कशास्त्र स्वतंत्रपणे विकसित झालेले आहे.

प्राचीन भारतात तर्कशास्त्राचा उगम झाला आणि ते आधुनिक काळापर्यंत विकसित होत गेले. भारतीय तर्कशास्त्र हे न्यायदर्शनात मांडले गेले. मूळ न्यायसूत्रे ही अक्षपाद गौतम यांनी लिहिली असे मानले जाते. (दुसरे शतक) अन्विक्षिकी आणि तर्कशास्त्राचा संदर्भ आपल्याला महाभारतात (१२.१७३.४५) आणि कौटिल्याच्या (आर्य चाणक्यांच्या) अर्थशास्त्रात देखील आढळून येतो. संस्कृत व्याकरणाच्या सुसूत्रीकरणासाठी पाणिनीने (इ. स. पूर्व पाचवे शतक) जी तर्कशास्त्राची पद्धती विकसित केली ती आधुनिक बुलीयन तर्कशास्त्राशी समान आहे.

भारतीय तर्कशास्त्रात बौद्ध आणि जैन तर्कशास्त्राचा सुद्धा समावेश होतो. जैन तर्कशास्त्राचा विकास इ.स. पूर्व ६व्या शतकात होऊन तो इ.स. १७ व्या शतकांपर्यंत झपाट्याने होत गेला. बौद्धांच्या तर्कशास्त्राची भरभराट इ.स. ५०० ते इ.स. १३०० पर्यंत होत राहीली. बौद्धांच्या तर्कशास्त्राचा विकास प्रामुख्याने नागार्जुन (सु. इ.स. १५०-२५० ) वसूबंधू (इ. स. ४००-८००) दिग्नागा (इ. स. ४८०-५४०) आणि धर्मकीर्ती (इ. स.६००-६६०) या तत्ववेत्यांमुळे झाला. बौद्ध तर्कशास्त्राची परंपरा तिबेटन बौद्ध परंपरेत अजूनही अस्तित्वात आहे, जिथे बौद्ध भिख्खूंच्या प्रशिक्षणात तर्कशास्त्राचा मोलाचा वाटा आहे.

चीनमध्ये तर्कशास्त्राच्या विकासाचे श्रेय कन्फुशियसचा समकालीन मोझी मास्टर मो ह्यांना जाते. त्याने मोहिस्ट विचार संप्रदायाचा पाया रचला. परंतु दुर्दैवाने कीन घराण्याच्या जाचक व कठोर विचारप्रणालीमुळे तर्कशास्त्राचा अभ्यास लयाला गेला. भारतीय तत्त्वज्ञानाची बुद्धाने ओळख करुन देई पर्यंत चीन मध्ये तर्कशास्त्राचा अस्त झाला होता.

ॲरिस्टॉटल यांच्या तर्कशास्त्राला पारंपारिक तर्कशास्त्र असेही म्हटले जाते. चौदाव्या शतकाच्या मध्यापर्यत ॲरिस्टॉटेलीयन तर्कशास्त्राने शिखर गाठले होते. १४व्या शतकाच्या आणि १९व्या शतकाच्या सुरुवातीच्या काळामध्ये तर्कशास्त्राकडे दुर्लक्ष होऊन तर्कशास्त्राची घसरण सुरु झाली. १९व्या शतकाच्या मध्यात पुन्हा तर्कशास्त्र नव्याने उदयास आले.

क्रांतीकारक पर्वाच्या सुरवातीस तर्कशास्त्र आकारिक विद्याशाखा म्हणून विकसित झाले, म्हणून तर्कशास्त्रास आकारिक तर्कशास्त्र असेही म्हटले जाते. या काळात झालेला आधुनिक सांकेतिक आणि गणितीय तर्कशास्त्राचा विकास ही तर्कशास्त्राच्या इतिहातील लक्षणीय बाब होय. एक आकारिक शास्त्र म्हणून तर्कशास्त्र गणिताशी अधिक जोडले गेले. गणिताच्या विकासाबरोबरच लायब्निझ, फ्रान्सिस बेकन, ऑगस्टस, डी. मॉर्गन, बर्ट्रांड रसेल, जॉर्ज बूल, पर्स व्हेन, फ्रेगे, वीटगेनस्टाईन, गॉडेल आणि ऑलफ्रेड टार्स्की इ. थोर विचारवंतांचा पारंपारिक तर्कशास्त्राला लाभलेल्या योगदानाचा आधुनिक तर्कशास्त्रावरही प्रभाव पडला आहे.

**आपण उत्तरे देऊ शकता ?**

१. जर तुम्ही व्याख्यानाला उपस्थित रहाल तर तुम्हाला विषय समजेल.
तुम्ही व्याख्यानाला उपस्थित राहीलात म्हणून .....

२. जेथे जेथे धूर असतो, तेथे तेथे अग्नि असतो. त्या इमारतीतून धूर येत आहे, म्हणून...............

**कोडी सोडवा**

१. एक सुप्रसिद्ध गणितज्ञ रस्त्यावरुन जात असताना त्याने बस थांब्यावर एका सुंदर मुलीला पाहिले आणि तिला विचारले, तुझे नाव काय आहे? त्या मुलीने त्यांना एक सुप्रसिद्ध गणितज्ञ म्हणून ओळखले आणि त्यांना उत्तर दिले कि तिचे नाव १९/९/२००१ या तारखेत लपलेले आहे. तर मुलीचे नाव काय आहे? विचार करा.

२. माणिकचंद छायाचित्राकडे पाहत होते, कोणीतरी त्यांना विचारले, ''तुम्ही कोणाचे छायाचित्र बघत आहात? त्याने उत्तर दिले; मला भाऊ किंवा बहीण नाही, परंतु या माणसाचे वडील हे माझ्या वडिलांचे पुत्र आहेत.'' मग माणिकचंद कोणाचे छायाचित्र पाहत होते?

## १.२. तर्कशास्त्राची व्याख्या

वरील उदाहरणात स्पष्ट केल्याप्रमाणे आपल्याला लाभलेल्या तर्कक्षमतेच्या वरदानामुळे आपण कोडी सोडवतो, पुरावे देतो, निष्कर्ष काढतो. ही एकमेव क्षमता मनुष्याला इतर प्राणीमात्रांपासून वेगळे करते. जेव्हा आपण अनुमान काढतो, युक्तिवाद करतो, मतभेद व्यक्त करतो, चर्चा करतो, पुरावे देतो, तेव्हा या क्षमतेचा अविष्कार होतो. आपण जन्मतः विवेकशील असल्यामुळे युक्तिवाद करण्यासाठी वेगळ्या औपचारिक प्रशिक्षणाची गरज लागतेच असे नाही. मात्र प्रत्येक वेळेस आपला युक्तिवाद युक्त असेलच असे नाही. कधी आपला युक्तिवाद योग्य असतो तर कधी अयोग्य. परंतु योग्य युक्तिवाद करणे गरजेचे असते आणि योग्य युक्तिवाद करण्यासाठी मनुष्याला प्रशिक्षित करण्यामध्ये तर्कशास्त्र प्रमुख भूमिका बजावते.

तर्कक्षमतेचे उपयोजन मानवी व्यवहाराच्या सर्वच क्षेत्रात, जसे गणित तत्त्वज्ञान, विज्ञान, कायदा, संगणकशास्त्र, शिक्षण इ. मध्ये तर होतेच, पण दैनंदिन जीवनातही तर्कशास्त्राच्या अभ्यासाचा उपयोग होतो.

तर्कशास्त्राला इंग्रजीत logic असे म्हणतात. हा शब्द "Logos" या ग्रीक शब्दावरून आलेला असून त्याचा अर्थ 'विचार' असा आहे. म्हणून व्युत्पतीशास्त्रानुसार

तर्कशास्त्राची व्याख्या, **'विचारांच्या नियमांचे शास्त्र'** अशी केली जाते. तीन प्रकारची शास्त्रे गणली जातात. (१) नैसर्गिक शास्त्रे जसे भौतिक शास्त्र, रसायन शास्त्र इ. (२) सामाजिक शास्त्रे म्हणजे इतिहास, भूगोल, समाजशास्त्र इ. आणि (३) आकारिक शास्त्र म्हणजे गणित. तर्कशास्त्र हे आकारिक शास्त्र आहे.

तथापि व्युत्पतीशास्त्रानुसार दिलेली तर्कशास्त्राची व्याख्या अचूक नाही. कारण पहिले म्हणजे ही व्याख्या अतिव्याप्त आहे आणि या व्याख्येवरुन असा गैरसमज होतो की तर्कशास्त्रज्ञ विचारांच्या प्रक्रियेचा अभ्यास करतात. पण ते सत्य नाही. विचारांच्या प्रक्रियेचा अभ्यास मानसशास्त्रात केला जातो. दुसरे म्हणजे विचार हा शब्द विविध मानसिक कृतींचे निर्देशन करतो. उदा. स्मरण करणे, कल्पना करणे, दिवास्वप्न बघणे, अनुमानात्मक विचार करणे इ. तर्कशास्त्राचा संबंध केवळ अनुमानात्मक विचार करणे हया एकाच प्रकारच्या विचार प्रक्रियेशी आहे.

तर्कशास्त्राची दुसरी सर्वसामान्य आणि सोपी व्याख्या म्हणजे **'तर्कशास्त्र हे अनुमानात्मक विचारांचे शास्त्र आहे.'** पण ही व्याख्या सुद्धा अतिव्याप्त आहे. जरी ही व्याख्या तर्कशास्त्राचा अभ्यास अनुमानात्मक विचार करण्यापर्यंतच मर्यादित आहे असे सांगत असली तरी ही व्याख्या हेही व्यंजित करते की तर्कशास्त्रज्ञ तर्काचा अभ्यास एक विचारांची प्रक्रिया म्हणून करत नाहीत. त्यापेक्षा संपूर्ण अनुमानात्मक विचार प्रक्रियेच्या अचूकतेचा अधिक अभ्यास करतात.

अचूक युक्तिवाद करण्यासाठी मानवाला प्रशिक्षित करणे हे तर्कशास्त्राचे मुख्य उद्दीष्ट आहे आणि म्हणूनच योग्य आणि अयोग्य अनुमानात्मक विचारातील फरक स्पष्ट करणे हे तर्कशास्त्राचे प्रमुख कार्य आहे. आय.एम कोपीने तर्कशास्त्राची व्याख्या देताना तर्कशास्त्राचा हा दृष्टीकोन अचूकपणे टिपला आहे. त्याने तर्कशास्त्राची व्याख्या पुढीलप्रमाणे दिली आहे - 'तर्कशास्त्र म्हणजे योग्य अनुमानात्मक विचार अयोग्य अनुमानात्मक विचारापासून वेगळे करण्यासाठी वापरात येणाऱ्या पद्धतीचा आणि तत्त्वांचा अभ्यास होय.' ही व्याख्या बहुतांश तर्कशास्त्रज्ञांनी स्वीकारली आहे.

अनुमानात्मक विचारात पुराव्याच्या आधारे निष्कर्ष काढला जातो. अनुमान ही एक मानसिक प्रक्रिया आहे, ज्यात एक वा अनेक विधानांच्या आधारावर, निष्कर्ष विधान प्रस्थापित केले जाते. अनुमानाच्या या प्रक्रियेचा भाषिक आविष्कार म्हणजे युक्तिवाद होय. तर्कशास्त्र मुख्यत्वेकरुन युक्तिवादाशी संबंधीत आहे. (ह्या पाठ्यपुस्तकात आपण तर्क, अनुमान आणि युक्तिवाद हे शब्द समानार्थी वापरणार आहोत.)

## १.३ तर्कशास्त्रातील काही मूलभूत संकल्पना

तर्कशास्त्राचे स्वरुप अचूकपणे समजण्यासाठी तर्कशास्त्रात वापरण्यात येणाऱ्या काही पारिभाषिक संज्ञांचा अर्थ समजून घेणे आवश्यक आहे, जसे की १. युक्तिवाद, २. वैध (युक्त) युक्तिवाद, ३. युक्तिवादाचा आकार, ४. सत्य / असत्य आणि युक्त/अयुक्त (वैध / अवैध)

**(१) युक्तिवाद (अनुमान) :** युक्तिवादात विधानांचा समावेश होतो. प्रत्येक युक्तिवादात पुराव्या दाखल दिलेल्या विधानांच्या आधारे निष्कर्ष काढला जातो. युक्तिवादाची व्याख्या अशी दिली जाते की **युक्तिवाद म्हणजे अशा विधानांचा समुच्चय की ज्यात पुराव्या दाखल दिलेल्या विधानांवरुन निष्पन्न होणारे विधान स्विकारले जाते.** जे विधान प्रस्थापित केलेले असते त्याला **निष्कर्ष विधान** म्हणतात. ज्या विधानांमध्ये निष्कर्षासाठी पुरावा दिलेला असतो त्या विधानांना **आधारविधाने** म्हणतात.

उदा. सर्व कलाकार सर्जनशील असतात.
सुनिता कलाकार आहे.
म्हणून सुनिता सर्जनशील आहे.

वरील युक्तिवादात 'सर्व कलाकार सर्जनशील असतात' आणि 'सुनिता कलाकार आहे' ही आधारविधाने होत. आणि म्हणून 'सुनिता सर्जनशील आहे', हे निष्कर्षविधान आहे. जे पहिल्या दोन आधारविधानांत दिलेल्या पुराव्या वरुन प्रस्थापित केलेले आहे. अशा प्रकारे आधारविधान / आधारविधाने आणि निष्कर्ष विधान हे युक्तिवादाचे मूलभूत घटक आहेत. प्रत्येक युक्तिवादात आधारविधानांपासून निष्कर्ष निष्पादित केलेला असतो आणि निष्कर्ष हा आधार विधानांचा तार्किक परिणाम आहे असे दाखवलेले असते.

**(२) युक्त (वैध) युक्तिवाद :** प्रत्येक युक्तिवादात निष्कर्षासाठी आधारविधाने दिली जातात. तथापि प्रत्येक

युक्तिवाद युक्त नसतो. युक्तिवादाची युक्तता आधार विधाने आणि निष्कर्ष यांच्यातील संबंधाच्या स्वरुपावर आधारित असते. जर आधारविधानातून निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा दिलेला असेल तर युक्तिवाद युक्त (वैध) ठरतो अन्यथा अयुक्त (अवैध) ठरवला जातो. तथापि योग्य पुरावा म्हणेज काय हे युक्तिवादाच्या स्वरुपावर अवलंबून असते.

**(३) युक्तिवादाचा आकार :** युक्तिवादाचे दोन महत्त्वाचे पैलू आहेत. ते म्हणजे युक्तिवादाचा आकार आणि आशय. युक्तिवाद कशाच्या तरी संदर्भात असतो. युक्तिवाद ज्या विषयांसंबंधी केलेला असतो त्याला त्या युक्तिवादाचा आशय म्हणतात. तसेच प्रत्येक युक्तिवादाला आकार असतो. आकार म्हणजे आकृतिबंध नमुना, रचना वा बांधणी– युक्तिवादाची संरचना. उदा. घट हे वेगवेगळ्या आकाराचे वा रचनेचे असतात. ह्या वेगवेगळ्या रचनेला घटांचे आकार असे म्हणतात. हे घट वेगवेगळ्या द्रव्यांपासून बनविता येतात. जसे माती, लोखंड, तांबे किंवा चांदी. ज्या द्रव्यांपासून हे घट बनतात. त्यास घटाचा आशय म्हटले जाते. एकाच आकाराचे परंतु वेगवेगळ्या द्रव्यांपासून बनविलेले घट असू शकतात किंवा एकाच द्रव्यापासून बनविलेले परंतु भिन्न आकाराचे घटही असून शकतात किंवा द्रव्य आणि आकार या दोन्हीतही भिन्नता असणारे घट असू शकतात. त्याप्रमाणे युक्तिवाद वेगळ्या आशयाचे परंतु एकाचे आकाराचे, एकाच आशयाचे परंतु वेगळ्या आकाराचे किंवा आशय आणि आकार या दोन्हीही मध्ये भिन्नता असणारे असू शकतात.

उदा.

(१) सर्व मानव ज्ञानी आहेत
राकेश हा मानव आहे.
म्हणून राकेश हा ज्ञानी आहे.

(२) सर्व वैद्य श्रीमंत असतात.
सुनिल हा वैद्य आहे.
म्हणून सुनिल श्रीमंत आहे.

वर दिलेल्या युक्तिवादाचे आशय भिन्न आहेत. पहिला युक्तिवाद मानव, ज्ञानी आणि राकेश या संबंधी आहे तर दुसरा युक्तिवाद वैद्य, श्रीमंत आणि सुनिल या संबंधी आहे. तथापि या दोन्ही युक्तिवादांचे आकार समान आहेत. या दोन्ही युक्तिवादांचे पहिले आधारविधान असा निर्देश करते की कमी व्यापक वर्ग (मानव आणि वैद्य) अधिक व्यापक वर्गात (ज्ञानी आणि श्रीमंत) समाविष्ट आहेत. दोन्ही युक्तिवादांचे दुसरे आधारविधान असे निर्देश करते की एक व्यक्ती (राकेश आणि सुनिल) कमी व्यापक वर्गाचे सदस्य आहे. दोन्ही युक्तिवादाच्या निष्कर्ष विधानात असे अनुमान काढले आहे की म्हणूनच ती व्यक्ती अधिक व्यापक वर्गाची सदस्य आहे. खालील आकृत्या दोन्ही युक्तिवादांमधील आकाराचा सारखेपणा स्पष्टपणे दर्शवितात.



वरील युक्तिवादाचा आकार खाली दिल्याप्रमाणे देखील व्यक्त होऊ शकतो.

सर्व अ ब आहेत.

x हा अ चा सदस्य आहे

म्हणून x ब चाही सदस्य आहे.

**उदाहरणे द्या.**

(१) दोन युक्तिवाद असे की ज्यांचा आकार वेगळा आणि आशय सारखा.

(२) दोन युक्तिवाद असे की ज्यांचा आकार वेगळा आणि आशय वेगळा.

**खालील युक्तिवादांचे आकार सांगू शकाल?**

१. सर्व शास्त्रज्ञ हुशार आहेत.
सर्व हुशार व्यक्ती सर्जनशील आहेत.
म्हणून सर्व शास्त्रज्ञ सर्जनशील आहेत.

२. सर्व माणसे विवेकी आहेत.
काही विवेकी माणसे चांगली आहेत.
म्हणून काही माणसे चांगली आहेत.

### (४) सत्य/असत्य आणि युक्त/अयुक्त (वैध/अवैध) :

तर्कशास्त्रात सत्य/असत्य आणि युक्त /अयुक्त (वैध / अवैध) या संज्ञा फार महत्त्वाच्या आहेत. तर्कशास्त्रात युक्त आणि अयुक्त या संज्ञा युक्तिवादाच्या संदर्भात वापरल्या जातात. युक्तिवाद युक्त किंवा अयुक्त असतो. परंतु सत्य किंवा असत्य नसतो. युक्तिवादाची युक्तता निष्कर्षासाठी दिलेल्या आधारविधानातील पुराव्यांवर अवलंबून असते. युक्तिवादातील आधार विधानात दिलेल्या पुराव्यावरुन निष्कर्ष विधान अनिवार्यपणे निष्पादित होत असेल तर तो युक्तिवाद युक्त (वैध) असतो. अन्यथा तो अयुक्त (अवैध) असतो.

युक्तिवाद विधानांचा बनलेला असतो. विधाने सत्य किंवा असत्य असतात. तर्कशास्त्रात युक्त किंवा अयुक्त या संज्ञा विधानांसाठी कधीच वापरत नाहीत. विधानात जे काही सांगितलेले असते ते वस्तुस्थितीनुरुप असेल तर विधान सत्य असते अन्यथा ते असत्य असते. उदा. वॉशिंग्टन हे अमेरिकन शहर आहे. हे विधान सत्य आहे आणि लंडन हे भारतीय शहर आहे. हे विधान असत्य आहे.

## १.४ नैगमनिक आणि वैगमनिक युक्तिवाद

**खाली दिलेल्या युक्तिवादाच्या पुराव्यातील फरक ओळखा.**

(१) जर पाऊस पडला, तर रस्ते ओले होतील.
पाऊस पडत आहे.
म्हणून रस्ते ओले झालेले आहेत.

(२) सर्व निरीक्षण केलेले कावळे काळे आहेत.
एकही निरीक्षण केलेला कावळा न-काळा नाही.
म्हणून सर्व कावळे काळे आहेत.

युक्तिवादाचे वर्गीकरण दोन प्रकारात करता येते. -१. नैगमनिक युक्तिवाद आणि २. वैगमनिक युक्तिवाद. हे वर्गीकरण युक्तिवादातील आधारविधाने आणि निष्कर्ष विधान यांच्यातील संबंधाच्या स्वरुपावर आधारित असते. नैगमनिक युक्तिवादाच्या आधारविधानात निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा असल्याचा दावा केला जातो. याउलट वैगमनिक युक्तिवादाच्या आधारविधानात निष्कर्षासाठी काही पुरावा दिलेला असतो.

**नैगमनिक युक्तिवाद :** प्रत्येक युक्तिवादात निष्कर्ष सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला जातो. निष्कर्ष प्रस्थापित करण्यासाठी जो पुरावा लागतो तो आधारविधानांत दिलेला असतो. आधारविधानात दिलेला पुरावा नेहमीच पुरेसा नसतो. नैगमनिक युक्तिवादात आधार विधानातून निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा दिल्याचा दावा केला जातो. आधारविधाने पुरेसा पुरावा प्रदान करतात हा दावा

समर्थनीय असेल तर नैगमनिक युक्तिवाद युक्त असतो, अन्यथा अयुक्त असतो.

युक्त नैगमनिक युक्तिवादात जेव्हा पुरावा पुरेसा असतो, तेव्हा आधारविधाने आणि निष्कर्ष यांमधील संबंध व्यंजक असतो. आधारविधाने निष्कर्षास व्यंजित करतात. म्हणजे जर आधारविधाने सत्य असतील तर निष्कर्षही सत्यच असतो. म्हणूनच निष्कर्ष विधान असत्य असणे अशक्य असते. म्हणून युक्त नैगमनिक युक्तिवादाचा निष्कर्ष हा नेहमीच निश्चित असतो.

नैगमनिक युक्तिवादाचे अजून एक वैशिष्ट्य असे आहे की निष्कर्ष विधान आधारविधानात सुप्तपणे सामावलेले असते. आधारविधानांनी दिलेल्या पुराव्याच्या व्याप्तीबाहेर निष्कर्ष जात नाही. याचा अर्थ आपल्याला कोणतीही नवीन माहिती निष्कर्षाद्वारे मिळत नाही. नैगमनिक युक्तिवादातील आधार विधानात जे अनुस्यूत आहे तेच आपल्याला निष्कर्षात समजते. कोणत्याही नवीन ज्ञानाची भर येथे पडत नाही. नवीन ज्ञान मिळण्यासाठी आपल्याला वैगमनिक युक्तिवाद उपयुक्त ठरतात.

तथापि अयुक्त नैगमनिक युक्तिवादात आधारविधाने निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा प्रदान करतात ह्या दाव्याचे समर्थन होत नाही. त्यामुळे आधारविधान आणि निष्कर्ष यांच्यात व्यंजन संबंध नसतो. आधार विधाने सत्य असूनही निष्कर्ष असत्य असू शकतो. काही उदाहरणे पाहू.

(१) जर अमित एसएससी परिक्षेत चांगल्या मार्कांने पास झाला, तर त्याला महाविद्यालयात प्रवेश मिळेल.
अमित एसएससी चांगल्या मार्कांने पास झाला.
म्हणून त्याला महाविद्यालयात प्रवेश मिळेल.

(२) मीना महाविद्यालयात जाईल किंवा घरी बसून अभ्यास करेल.
मीना महाविद्यालयात गेली नाही
म्हणून मीना घरी बसून अभ्यास करेल.

(३) जर अनिताला पारितोषिक मिळाले तर ती प्रसिद्ध होईल.
अनिताला पारितोषिक मिळाले नाही.
म्हणून अनिता प्रसिद्ध होणार नाही.

(४) जर मुसळधार पाऊस पडला तर महाविद्यालय सुट्टी जाहीर करेल.
महाविद्यालयाने सुट्टी जाहीर केली.
म्हणून मुसळधार पाऊस पडत आहे.

वरील सर्व उदाहरणे नैगमनिक युक्तिवादाची आहेत. एकाही युक्तिवादातील निष्कर्ष आधारविधानातील पुराव्याच्या व्याप्ती बाहेर जात नाहीत. पहिले दोन युक्तिवाद युक्त आहेत कारण आधारविधाने पुरेसा पुरावा प्रदान करतात. आधारविधाने निर्ष्कषाला व्यंजित करतात. जर आधारविधाने सत्य असतील तर निष्कर्ष असत्य असणे शक्यच नाही. शेवटचे दोन युक्तिवाद मात्र नैगमनिक असले तरी युक्त नाहीत. कारण आधारविधाने निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा प्रदान करतात ह्या दाव्याचे समर्थन होत नाही. येथे आधार विधाने सत्य असली तरी निष्कर्ष असत्य असू शकतो. आधार विधाने आणि निष्कर्ष यांच्यात व्यंजन संबंध नाही म्हणून निष्कर्ष अनिवार्यपणे आधारविधानांपासून व्यंजित होत नाही.

नैगमनिक युक्तिवाद आकारिकदृष्टया युक्त असतात. **ज्या युक्तिवादाची युक्तता संपूर्णपणे त्याच्या आकारावरुन निर्धारित होते त्या युक्तिवादाला आकारिकदृष्ट्या युक्त / वैध युक्तिवाद म्हणतात.** नैगमनिक युक्तिवादाच्या संदर्भात आधारविधाने आणि निष्कर्ष यांच्या आशयाचा कोणताच परिणाम युक्तिवादांच्या युक्ततेवर होत नाही. आधारविधाने आणि निष्कर्ष यांतील आशयाची पडताळणी करणे येथे गरजेचे नसते. त्याचप्रमाणे युक्तिवादाची युक्तता ठरवताना आधारविधाने आणि निष्कर्ष सत्य आहेत की असत्य हे शोधणेही गरजेचे नसते. आपल्याला फक्त युक्तिवादाचा आकार तपासण्याची आवश्यकता असते. जर युक्तिवादाचा आकार युक्त असेल तर युक्तिवादही युक्त असतो.

उदा.

(१) सर्व मानव प्राणी आहेत.
सर्व प्राणी मर्त्य आहेत.
म्हणून सर्व मानव मर्त्य आहेत.

(२) सर्व कावळे पक्षी आहेत.
सर्व पक्ष्यांना पंख असतात.
म्हणून सर्व कावळ्यांना पंख आहेत.

(३) सर्व गायक नट आहेत.

सर्व नट पुढारी आहेत.

म्हणून सर्व गायक पुढारी आहेत.

(४) सर्व मांजरे उंदिर आहेत.

सर्व उंदीर आळशी आहेत.

म्हणून सर्व मांजरे आळशी आहेत.

वरील सर्व नैगमनिक युक्तिवादाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

सर्व 'x' 'y' आहेत

सर्व 'y' 'z' आहेत

म्हणून सर्व 'x' 'z' आहेत.

हे स्पष्ट आहे की आकार युक्त आहे व म्हणूनच त्याची सर्व प्रतिन्यस्त म्हणजेच पर्यायी उदाहरणे देखील युक्त आहेत. वरील उदाहरणाकडे पाहिल्यास पहिले दोन युक्तिवाद युक्त आहेत हे कोणीही सहजपणे मान्य करेल. कारण त्यातील आधारविधाने आणि निष्कर्ष सत्य आहेत आणि निष्कर्षही अपरिहार्यपणे आधारविधानांपासून निष्पन्न होतो. मात्र नंतरच्या, तिसऱ्या आणि चौथ्या युक्तिवादांना युक्त म्हणणे जड जाईल. कारण त्या दोहोंचीही आधारविधाने आणि निष्कर्ष असत्य आहेत. मात्र तेही युक्तिवाद युक्त आहेत. नैगमनिक युक्तिवादाची युक्तता सशर्त आहे. **युक्त नैगमनिक युक्तिवादांच्या संदर्भात जर आधारविधाने सत्य असतील तर निष्कर्षही सत्यच असला पाहिजे.** त्यामुळे जर शेवटच्या दोन युक्तिवादातील आधारविधाने सत्य आहेत असे गृहीत धरले व त्यांचे निष्कर्षही अनिवार्यपणे आधारविधानांपासून निष्पन्न होत असतील तर ते दोनही युक्तिवाद युक्त ठरतात. जर निष्कर्ष विधाने आधार विधानांपासून अनिवार्यपणे निष्पादित होत असेल तर नैगमनिक युक्तिवाद युक्त असतो. युक्त नैगमनिक युक्तिवादाची आधारविधाने आणि निष्कर्ष सत्य ही असू ही शकतात किंवा नसूही शकतात. **जेव्हा नैगमनिक युक्तिवाद युक्त असतो आणि त्याचे आधारविधाने आणि निष्कर्षही सत्य असतात तेव्हा त्या युक्तिवादास समर्पक / उचित वा संयुक्तिक युक्तिवाद म्हणतात.**

नैगमनिक युक्तिवाद आकारिकदृष्टया युक्त असल्यामुळे, तर्कशास्त्राचे नियम व पद्धती याद्वारा नैगमनिक युक्तिवादाची युक्तता निर्धारित केली जाते.

## वैगमनिक युक्तिवाद :

ज्या युक्तिवादाच्या आधारविधानांत निष्कर्षासाठी काही पुरावा दिलेला असतो, त्यास वैगमनिक युक्तिवाद म्हणतात. वैगमनिक युक्तिवादाचा निष्कर्ष आधारविधानांत दिलेल्या पुराव्याच्या पलिकडे जातो. निष्कर्ष विधानात नविन भाकित केलेले असते, ज्या करता आधारविधानात दिलेला पुरावा पुरेसा नसतो. पुरावा पुरेसा नसल्यामुळे वैगमनिक युक्तिवादाची आधारविधाने निष्कर्षास व्यंजित करीत नाहीत. याचा अर्थ आधारविधाने सत्य असली तरी निष्कर्ष विधान असत्य असू शकते. म्हणून वैगमनिक युक्तिवादाचे निष्कर्ष नेहमीच संभाव्य स्वरुपाचे असतात. युक्तिवाद योग्य असो किंवा अयोग्य असो, निष्कर्ष असत्य असण्याची शक्यता नाकारु शकत नाही.

वैगमनिक युक्तिवादांच्या संदर्भात तांत्रिकदृष्ट्या 'युक्त' आणि 'अयुक्त' ह्या संज्ञा वापरता येत नाही. फक्त नैगमनिक युक्तिवाद युक्त वा अयुक्त असतात. वैगमनिक युक्तिवादाचे मूल्यमापन चांगले किंवा वाईट असे करता येते. निष्कर्ष सत्य असण्याची शक्तता जितकी अधिक तितका तो युक्तिवाद अधिक योग्य होतो. नव्याने भर घातलेल्या आधारविधानांमुळे वैगमनिक युक्तिवाद अधिक सबळ होऊ शकतो. पण एकदा नैगमनिक युक्तिवाद युक्त झाला की नवीन आधारविधानांची त्या युक्तिवादात भर पडली तर आधारविधाने त्या युक्तिवादाला आधिक युक्त वा अधिक अयुक्त बनवू शकत नाहीत. वैगमनिक युक्तिवाद आपण 'योग्य' (चांगला) आणि 'अयोग्य' (वाईट) या संज्ञांचा वापर करतो.

### उदाहरणादाखल पुढील युक्तिवाद पाहूया−

(१) भूतकाळातील माझा अनुभव असा आहे की जेव्हा जेव्हा माझ्या वाटेत मांजर आडवे गेले आहे, तेव्हा तेव्हा त्या दिवशी काहीतरी वाईट घडले आहे.

आज सकाळी सुद्धा माझ्या वाटेत मांजर आडवे गेले.

म्हणून मला खात्री आहे की आजही काहीतरी वाईट घडेल.

(२) रोज सकाळी मी सूर्य पूर्वेला उगवलेला बघतो

आतासुद्धा प्रातःकाळ आहे.

म्हणून मला खात्री आहे सूर्य पूर्व दिशेला उगवलेला दिसेल.

(३) डॉक्टरांचे असे विधान आहे की सुरेश कर्करोगग्रस्त आहे आणि तो तीन महिन्यांपेक्षा जास्त जिवंत राहू शकणार नाही.

दोन महिन्यांनंतर मला बातमी कळली की सुरेश या जगात नाही.

म्हणून सुरेशच्या मृत्यूचे कारण कर्करोगच असावे.

वरील सर्व युक्तिवाद वैगमनिक युक्तिवाद आहेत. कारण त्यांचे निष्कर्ष आधारविधानांनी जो पुरावा दिलेला आहे त्यापलिकडे जातात. आधारविधाने निष्कर्षास व्यंजित करीत नाही. आधारविधाने सत्य असली तरी सर्व युक्तिवादांचे निष्कर्ष संभाव्य आहेत. अर्थात निष्कर्ष संभाव्य आहे याचा अर्थ युक्तिवाद वाईट आहे असा होत नाही. वरील उदाहरणांमध्ये पहिला युक्तिवाद अयोग्य परंतु दुसरे दोन योग्य आहेत.

वैगमनिक युक्तिवाद योग्य आहे की अयोग्य हे नैगमनिक युक्तिवादाप्रमाणे युक्तिवादाच्या आकाराने नव्हे तर आशयाने नियत होते. वैगमनिक युक्तिवादाची युक्तता युक्तिवादाच्या आशयावरुन ठरते. वैगमनिक युक्तिवाद वास्तविकदृष्ट्या युक्त असतात. ज्या युक्तिवादाची युक्तता पूर्णपणे आशयावरुन म्हणजेच वस्तूस्थितीच्या आधारे नियत केली जाते. अशा युक्तिवादास आशयदृष्ट्या युक्त युक्तिवाद म्हणतात. दिलेला वैगमनिक युक्तिवाद योग्य की अयोग्य हे त्या युक्तिवादाच्या विषयावर अवलंबून असते. पहिल्या आणि दुसऱ्या युक्तिवादाचा आकार सारखा आहे परंतु पहिला युक्तिवाद अयोग्य आहे तर दुसरे युक्तिवाद योग्य आहे.

आधार विधानांनी दिलेल्या पुराव्याच्या प्रमाणावर युक्तिवाद योग्य आहे का हे नियत होते. जर आधारविधानांनी दिलेला पुरावा निष्कर्ष स्वीकारण्यासाठी रास्त असेल तर युक्तिवाद योग्य होतो. अन्यथा तो अयोग्य ठरतो. वरील युक्तिवादांपैकी पहिला युक्तिवाद अयोग्य आहे. कारण निष्कर्ष हा अंधश्रद्धेवर आधारित आहे. मांजर आडवी जाणे आणि जीवनातील चांगल्या वाईट गोष्टींचे घडणे यात कोणताच कार्यकारण संबंध नाही. इतर दोन युक्तिवादांच्या संदर्भात निष्कर्ष कदाचित असत्य ठरु शकेल, पण ज्या पुराव्याच्या आधारे निष्कर्ष काढले गेले आहेत ते शास्त्राधारित आहेत, म्हणून शेवटचे दोन युक्तिवाद चांगले आहेत.

वैगमनिक युक्तिवाद योग्य आहे का हे त्याच्या आशयावरुन ठरत असले तरी त्याचा अर्थ असा नाही की चांगल्या वैगमनिक युक्तिवादाची आधारविधाने आणि निष्कर्ष सत्य असतात आणि अयोग्य वैगमनिक युक्तिवादाची आधारविधाने आणि निष्कर्ष असत्य असतात. पहिल्या युक्तिवादाच्या संदर्भात जरी आधारविधाने सत्य असली आणि निष्कर्षही सत्य झाला तरी युक्तिवाद अयोग्य आहे. तसेच शेवटच्या युक्तिवादाच्या संदर्भात आधारविधाने सत्य असली आणि निष्कर्ष असत्य झाला, युक्तिवाद योग्य आहे. कारण तो डॉक्टरांच्या निर्णयावर आधारित आहे.

नैगमनिक युक्तिवादाप्रमाणे, वैगमनिक युक्तिवाद योग्य किंवा अयोग्य हे तर्कशास्त्राच्या पद्धती आणि नियम यांच्या कडून निर्धारित होत नाही. वर दिल्याप्रमाणे सामान्य वैगमनिक युक्तिवादाच्या संदर्भात दिलेला युक्तिवाद योग्य आहे कि अयोग्य हे सहजतेने ठरवता येते. मात्र विविध शास्त्राच्या अंतर्गत येणारे वैगमनिक युक्तिवाद योग्य आहेत की अयोग्य हे केवळ त्या त्या क्षेत्रातील तज्ञ व्यक्ती आधारविधानातील पुराव्याचे मूल्यमापन करुन ठरवू शकतात. वैगमनिक युक्तिवादात आपल्याला नवीन माहिती मिळू शकते. त्यामुळे आपल्या जगाविषयीच्या ज्ञानात भर पडते हे नैगमनिक युक्तिवादाच्या संदर्भात शक्य नसते. म्हणून बहुतांशकरुन गणिता सारख्या विषयात नैगमनिक युक्तिवादाचा वापर अधिक होतो. तर संशोधनासारख्या क्षेत्रात वैगमनिक युक्तिवादाचा वापर विस्तृतपणे होतो.

**युक्तिवादाची सत्यता आणि युक्तता :** युक्तिवादाची युक्तता किंवा अयुक्तता आणि सत्य/असत्य आधारविधाने व निष्कर्ष यांमधील संबंध समजण्यास सोपा नाही. याआधी चर्चा केल्याप्रमाणे, युक्तिवादाचे एक किंवा सर्व आधारविधाने आणि निष्कर्ष असत्य असून देखील युक्तिवाद युक्त असू शकतो आणि सर्व आधारविधाने

आणि निष्कर्ष सत्य असून देखील युक्तिवाद अयुक्त असू शकतो. युक्तिवादाचा सत्य किंवा असत्य निष्कर्ष युक्तिवादाची युक्तता वा अयुक्तता निर्धारित करत नाही आणि हे ही सत्य आहे की जरी युक्तिवाद युक्त असला तरी त्याचे निष्कर्ष सत्य असेलच ह्याची हमी देता येत नाही.

| नैगमनिक युक्तिवाद | वैगमनिक युक्तिवाद |
|---|---|
| १. आधारविधानात निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा दिल्याचा दावा केला जातो | १. आधारविधाने निष्कर्षासाठी काही पुरावा देतात. |
| २. युक्त नैगमनिक युक्तिवादात आधारविधाने निष्कर्षाला व्यंजित करतात | २. आधारविधाने निष्कर्षाला व्यंजित करत नाही. |
| ३. युक्त नैगमनिक युक्तिवादात आधारविधाने सत्य असतील तर निष्कर्षही सत्यच असतो. | ३. आधारविधाने सत्य असली तरी निष्कर्ष असत्य असू शकतो. |
| ४. युक्त नैगमनिक युक्तिवादाचे निष्कर्ष निश्चित स्वरुपाचे असतात. | ४. निष्कर्ष नेहमीच संभाव्य (अनिश्चित) स्वरुपाचे असतात. |
| ५. आधारविधानाने दिलेल्या पुराव्याच्या व्याप्ती बाहेर निष्कर्ष जात नाही. | ५. आधारविधानाने दिलेल्या पुराव्याच्या व्याप्ती बाहेर निष्कर्ष जातो. |
| ६. नैगमनिक युक्तिवाद आकारिकदृष्ट्या युक्त असतात. | ६. वैगमनिक युक्तिवाद वास्तविकदृष्ट्या युक्त असतात. |
| ७. तर्कशास्त्राचे नियम आणि पद्धती यादवारे नैगमनिक  ची युक्तता ठरते. | ७. वैगमनिक युक्तिवादाची अचूकता अनुभवावरुन ठरते. तर्कशास्त्राच्या नियम व पदधतीवरुन ठरत नाही. |
| ८. निगमनातील आधारविधानात जे अनुस्यूत आहे तेच आपल्याला निष्कर्षात समजते. जगाविषयीच्या नवीन ज्ञानाची भर येथे पडत नाही. | ८. नवीन गोष्टींचा शोध घेण्यासाठी विगमन आपल्याला मदत करु शकते आणि त्यामुळे आपले जगाविषयीचे ज्ञान वाढू शकते. |

## सारांश

- गतकाळात तर्कशास्त्र भारतात, ग्रीसमध्ये आणि चीनमध्ये स्वतंत्रपणे विकसित झाले.
- आधुनिक तर्कशास्त्राचा विकास पारंपारिक किंवा ॲरिस्टॉटलच्या तर्कशास्त्रामधूनच झाला .
- तर्कशास्त्र हे योग्य अनुमानात्मक विचाराला अयोग्य अनुमानात्मक विचारापासून वेगळे करण्यासाठी वापरात येणाऱ्या पद्धतीचा आणि तत्त्वांचा अभ्यास होय.
- युक्तिवाद, युक्त (वैध) युक्तिवाद, युक्तिवादाचा आकार, सत्य/असत्य, युक्त/अयुक्त (वैध/ अवैध) या तर्कशास्त्राच्या काही महत्त्वाच्या संकल्पना आहेत.
- युक्तिवादाचे प्रामुख्याने दोन प्रकार आहेत.- नैगमनिक युक्तिवाद आणि वैगमनिक युक्तिवाद
- नैगमनिक युक्तिवादाच्या आधारविधानात निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा दिल्याचा दावा केलेला असतो.
- वैगमनिक युक्तिवादात निष्कर्षासाठी काही पुरावा दिलेला असतो.

# स्वाध्याय

**प्र. १. कंसातील योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.**

१. ………… ला तर्कशास्त्राचे जनक मानले जाते. (ॲरिस्टॉटल/डी मॉर्गन)

२. ………… तर्कशास्त्राचा प्रभाव प्रामुख्याने संपूर्ण जगातील तर्कशास्त्राच्या विकासावर पडलेला आहे.

(ॲरिस्टॉटलीयन/भारतीय)

३. न्याय दर्शनातील मूळ न्यायसूत्रे ………… यांनी लिहीली आहेत. (गौतम /नागार्जुन)

४. युक्तिवादात जे विधान निष्पादित होते, त्या विधानाला ………… म्हणतात.

(निष्कर्ष विधान/विधान)

५. ज्या विधानांमध्ये निष्कर्षासाठी पुरावा दिलेला असतो त्यांना………… म्हणतात.

(आधार विधान/निष्कर्ष विधान)

६. ………… म्हणजे युक्तिवादाची रचना.

(आशय/आकार)

७. ………… युक्त वा आयुक्त असतो.

(विधान/युक्तिवाद)

८. नैगमनिक युक्तिवादात निष्कर्षासाठी ………… पुरावा दिल्याचा दावा केला जातो.

(काही/पुरेसा)

९. वैगमनिक युक्तिवादात निष्कर्षासाठी ………… पुरावा दिला जातो. (काही/पुरेसा)

१०. युक्त………… युक्तिवादाच्या संदर्भात जर आधार विधाने सत्य असतील तर निष्कर्षही सत्यच असतो. (नैगमनिक/वैगमनिक)

११. आशयदृष्ट्या युक्त युक्तिवादाची युक्तता पूर्णपणे ………… निर्धारित केली जाते.

(आशयाने/आकाराने)

१२. युक्त नैगमनिक युक्तिवादाचे निष्कर्ष नेहमीच ………… स्वरुपाचे असते.

(निश्चित/संभाव्य)

१३. ………… युक्तिवादाची युक्तता तर्कशास्त्राचे नियम आणि पद्धती याद्वारे नियत होते.

(नैगमनिक/वैगमनिक)

१४. ………… युक्तिवादाची अचुकता अनुभवाच्या आधारे ठरवली जाते.

(नैगमनिक/वैगमनिक)

१५. ………… युक्तिवादाचे निष्कर्ष आधार विधानांनी दिलेल्या पुराव्याच्या बाहेर जात नाही.

(नैगमनिक/वैगमनिक)

**प्र. २. खालील विधाने सत्य कि असत्य ते लिहा.**

१. तर्कशास्त्र ही मानसशास्त्राची एक शाखा आहे.

२. मानवाशी निगडीत असलेल्या सर्वच क्षेत्रांमध्ये तत्त्वज्ञानाचा मोलाचा वाटा आहे.

३. न्याय दर्शनाने जैन तर्कशास्त्राचे प्रतिनिधित्व केले आहे.

४. चीनमधील तर्कशास्त्राच्या विकासासाठी मोझी, ‘मास्टर मो’ कारणीभूत ठरला.

५. व्युत्पत्तीशास्त्रानुसार तर्कशास्त्राची व्याख्या ‘विचारांच्या नियमांचे शास्त्र’ अशी आहे.

६. आकार म्हणजे युक्तिवादाची संरचना.

७. युक्तिवाद सत्य किंवा असत्य असतो.

८. नैगमनिक आणि वैगमनिक युक्तिवाद हे वर्गीकरण युक्तिवादातील आधार विधाने आणि निष्कर्ष यांच्यातील संबंधांच्या स्वरुपावर आधारीत आहे.

९. जेव्हा नैगमनिक युक्तिवाद युक्त असतो आणि त्याचे आधारविधाने आणि निष्कर्षही सत्य असतात तेव्हा त्या युक्तिवादास समर्पक युक्तिवाद म्हणतात.

१०. आकारिकदृष्ट्या युक्तिवाद असा कि ज्याची युक्तता संपूर्णपणे त्याच्या आशयाकडून निर्धारित होते.

११. विगमनाचा निष्कर्ष हा नेहमीच निश्चित असतो.

१२. वैगमनिक युक्तिवादाचा निष्कर्ष आधार विधानात दिलेल्या पुराव्याबाहेर जातो.

१३. युक्त नैगमनिक युक्तिवादाचे आधारविधाने जरी सत्य असले तरी निष्कर्ष असत्य असू शकतो.

१४. युक्तिवादाचे सत्य किंवा असत्य निष्कर्ष युक्तिवादाची युक्तता वा अयुक्तता निर्धारित करत नाही.

१५. नैगमनिक युक्तिवाद जगाविषयीचे नवीन ज्ञान विस्तृत करीत नाही.

### प्र. ३.जोड्या जुळवा.

| | (अ) | | (ब) |
|---|---|---|---|
| १. | न्याय | अ. | पुरेसा पुरावा |
| २. | ॲरिस्टॉटल | ब. | मोझी मास्टर मो |
| ३. | मोहिस्ट संप्रदाय | क. | काही पुरावा |
| ४. | नागार्जुन | ड. | युक्त वा आयुक्त |
| ५. | युक्तिवाद | ई. | ग्रीक तर्कशास्त्रज्ञ |
| ६. | विधान | फ. | बुद्धीस्ट तत्वज्ञ |
| ७. | नैगमनिक युक्तिवाद | ब. | अक्षपाद गौतम |
| ८. | वैगमनिक युक्तिवाद | भ. | सत्य वा असत्य |

### प्र. ४.खाली दिलेल्या विधानांसाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा लिहा.

१. योग्य अनुमानात्मक विचाराला अयोग्य अनुमानात्मक विचारांपासून वेगळे करण्यासाठी वापरात येणाऱ्या पद्धतीचा व तत्वांचा अभ्यास.

२. युक्तिवादात निष्कर्षाच्या समर्थनासाठी दिलेले विधान.

३. युक्तिवादातील प्रस्थापित केलेले विधान.

४. युक्तिवादात ज्यात आधारविधानातून निष्कर्षासाठी पुरेसा पुरावा दिल्याचा दावा केला जातो.

५. असा युक्तिवाद ज्यात आधार विधानात निष्कर्षासाठी काही पुरावा दिलेला असतो.

६. असा युक्तिवाद ज्याची युक्तता पूर्णपणे त्याच्या आकाराद्वारे निर्धारित होते.

७. असा युक्तिवाद ज्याची युक्तता पूर्णपणे त्याच्या आशयाद्वारे निर्धारित होते.

### प्र. ५.कारणे द्या.

१. व्युत्पत्तीशास्त्रानुसार तर्कशास्त्राची व्याख्या अचूक नाही.

२. नैगमनिक युक्तिवाद आपले जगाविषयीचे ज्ञान वाढवू शकत नाही.

३. युक्त नैगमनिक युक्तिवादाचे निष्कर्ष विधान निश्चित असते.

४. वैगमनिक युक्तिवादाचा निष्कर्ष नेहमीच संभाव्य असतो.

### प्र. ६.खालील प्रश्न स्पष्ट करा.

१. सत्यता आणि युक्तता

२. युक्तिवादाचा आकार

३. आकार आणि आशय यामधील फरक

४. आकारिकदृष्ट्या युक्तता आणि आशयदृष्ट्या युक्तता यामधील फरक.

५. नैगमनिक युक्तिवाद आणि वैगमनिक युक्तिवाद यातील फरक.

### प्र. ७.खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

१. तर्कशास्त्राचा उगम आणि विकास थोडक्यात स्पष्ट करा.

२. भारतीय तर्कशास्त्रावर थोडक्यात टिपा लिहा.

३. तर्कशास्त्राची व्याख्या लिहा आणि खालील संज्ञा स्पष्ट करा. – युक्तिवाद, आधार विधान आणि निष्कर्ष

४. खालील संज्ञामधील फरक स्पष्ट करा.
अनुमान आणि युक्तिवाद

५. नैगमनिक युक्तिवाद उदाहरणासहित स्पष्ट करा.

६. वैगमनिक युक्तिवाद उदाहरणासहित स्पष्ट करा.

**प्र.८. खालील युक्तिवाद नैगमनिक कि वैगमनिक आहेत ते सांगा.**

१. एकतर बँकेला सुट्टी असेल किंवा बँक चालू असेल.

आज बँकेला सुट्टी नाही.

∴ बँक चालू आहे.

२. आमच्या महाविद्यालयातील संघात चांगले खेळाडू नाहीत त्यामुळे संघ सामना जिंकणार नाही.

३. जेव्हा मी माझ्या बहिणीचा घरी जातो, तेव्हा ती माझ्यासाठी बिर्याणी बनविते. मी आज माझ्या बहिणीच्या घरी भेट देणार आहे. मला खात्री आहे की माझी बहिण बिर्याणी बनवेल.

४. माझी काकी डॉक्टर आहे, म्हणून ती महिला डॉक्टर आहे.

५. जर मोहनने विज्ञान शाखेत प्रवेश घेतला तर तो संगणक शास्त्रच निवडेल.

मोहनने विज्ञान शाखेत प्रवेश घेतला म्हणून त्याने संगणक शास्त्र निवडले असेल.

६. मीना हुशार आहे, सीमा हुशार आहे, नीना हुशार आहे. ह्या सर्व मुली आहेत. म्हणून सर्व मुली हुशार आहेत.

७. सुनील मेहनती, बुद्धिमान आणि हुशार आहे म्हणून सुनील हुशार आहे.

८. निकिता तिच्या नोकरीवर खुश नाही. म्हणून मला खात्री आहे की ती नोकरी सोडेल.

९. मुकेश अभिनेता आहे आणि मुकेश देखणा आहे.

म्हणून मुकेश देखणा अभिनेता आहे.

१०. जर मी महाविद्यालयात गेलो तर व्याख्यानाला उपस्थित राहीन. जर मी व्याख्यानाला उपस्थित राहिलो तर मला तर्कशास्त्र समजेल आणि जर मला समजले तर मी चांगल्या गुणांनी उत्तीर्ण होईन. म्हणून जर मी महाविद्यालयात गेलो तर मी चांगल्या गुणांनी उत्तीर्ण होईन.

११. अमित आणि सुमित एकाच वर्गात आहेत ते दोघे क्रिकेट खेळतात आणि एकाच ट्युशन क्लासमध्ये जातात. अमित एक चांगला गायक आहे म्हणून सुमित सुद्धा चांगला गायक आहे.

१२. भारताने जागतिक बँकेकडून कर्ज घेतले आहे, म्हणून भारत आर्थिकदृष्ट्या विकसित होईल याची खात्री आहे.

१३. जर परीक्षेदरम्यान विद्यार्थी आजारी असेल तर आणि तरच त्याला पुन्हा परीक्षा देण्याची परवानगी दिली जाते.

अशोकला पुन्हा परीक्षा देण्याची परवानगी मिळाली म्हणजे अशोक परीक्षेदरम्यान आजारी असेल.

१४. सुरेश नरेशपेक्षा उंच आहे.

नरेश रमेशपेक्षा उंच आहे.

म्हणून सुरेश रमेशपेक्षा उंच आहे.

१५. सहसा कोणी शंभर वर्षाहून अधिक जगत नाही.

श्री. जोशी ९९ वर्षांचे आहेत.

म्हणून ते पुढच्या वर्षी मरण पावतील.

❖ ❖ ❖

# प्रकरण २ विधानाचे स्वरुप

*Logic studies the preservation of truth and propositions are the bearers of truth and falsity.*

**खालील युक्तिवाद ओळखा.**

| उदाहरण १ | उदाहरण २ |
|---|---|
| सर्व माणसे मर्त्य आहेत. | सर्व अभिनेते देखणे आहेत. |
| सर्व कलाकार माणसे आहेत. | प्रसाद हा एक अभिनेता आहे. |
| म्हणून सर्व कलाकार मर्त्य आहेत. | म्हणून --------------- |

यापूर्वी आपण पाहिले की, युक्तिवादांचा अभ्यास करणे हे तर्कशास्त्राचे एक महत्त्वाचे कार्य आहे. युक्तिवादाचा अभ्यास करण्यासाठी त्या युक्तिवादाचे घटक म्हणजे विधाने यांचा अभ्यास करणे आवश्यक ठरते.

विधान हे युक्तिवादाचा मूलभूत घटक असल्याने त्याच्या अभ्यासापासून आपण सुरुवात करु. युक्तिवाद हा आधार व निष्कर्षापासून बनलेला असतो. **आधार विधान** आणि **निष्कर्ष** ही **विधानेच** असतात म्हणून विधान हा तर्कशास्त्राचा मूलभूत घटक आहे.

**खालील युक्तिवादातील आधार विधाने व निष्कर्ष शोधा:**

| उदाहरण १ |
|---|
| सर्व स्मारके सुंदर आहेत. |
| ताजमहाल एक स्मारक आहे. |
| म्हणून ताजमहाल सुंदर आहे. |
| **उदाहरण २** |
| सर्व आंबे फळे आहेत. |
| सर्व फळे झाडावर वाढतात. |
| म्हणून सर्व आंबे झाडावर वाढतात. |

## २.१ विधान आणि वाक्य

**विधानाची व्याख्या :**

**विधान म्हणजे असे वाक्य की जे सत्य किंवा असत्य असते.**

**कृती : १**

सत्य किंवा असत्य विधानांची यादी बनवा.

विधानाच्या व्याख्येवरून आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की, सर्व विधाने वाक्य असतात मात्र सर्व वाक्ये विधाने नसतात. फक्त जी वाक्ये सत्य किंवा असत्य असू शकतात तीच विधाने असतात. म्हणून विधानांचा वर्ग संकीर्ण (मर्यादित) असतो. मात्र वाक्यांचा वर्ग व्यापक असतो. येथे प्रश्न असा उपस्थित होतो की, कोणती वाक्ये सत्य किंवा असत्य असू शकतात? या प्रश्नाचे उत्तर देण्यासाठी आपल्याला वाक्यांचे विविध प्रकार पाहावे लागतील.

**कृती : २**

तुम्हांला माहीत असलेल्या वाक्यांची यादी बनवा. व त्यांचा प्रकार सांगा.

**वाक्यांचे प्रकार :**

(१) **प्रश्नार्थक वाक्य :** या प्रकारच्या वाक्यात प्रश्नाचा समावेश असतो.

**उदाहरण :** तुमचे नाव काय?

(२) **उद्गारवाचक वाक्य :** या प्रकारच्या वाक्यात काही प्रकारच्या भावनांची अभिव्यक्ती असते.

**उदाहरण :** अरे! देवा

(३) **आज्ञार्थक वाक्य :** या प्रकारच्या वाक्यातून आज्ञा अथवा आदेश व्यक्त होतो.

**उदाहरण :** बाहेर जा.

(४) **इच्छार्थक वाक्य :** या प्रकारच्या वाक्यातून इच्छा, आकांक्षा व्यक्त होते.

**उदाहरण :** ईश्वर तुमचे भले करो.

(५) **निवेदक वाक्य :** या प्रकारच्या वाक्यात व्यक्ती विषयी काहीतरी निवेदन केलेले असते. हे वाक्य होकारार्थी अथवा नकारार्थी निवेदन करते. (ते विशिष्ट व्यक्तिबद्दल काहीतरी निश्चित माहिती देते). येथे 'व्यक्ति' हा शब्द केवळ मनुष्यासाठीच वापरला जात नसून तो कोणत्याही शहर, देश, प्राणी किंवा कोणतीही मालमत्ता वा एखादे विशेषण, नाम किंवा क्रियापद यासाठी वापरला जाऊ शकतो.

**उदाहरण :** सानिका सुट्टीत तिच्या आजीकडे जाते. (होकारार्थी निवेदन)

**उदाहरण :** वाघ हा पाळीव प्राणी नाही. (नकारार्थी निवेदन)

अशा प्रकारची वाक्ये सत्य अथवा असत्य असतात. त्यामुळे तर्कशास्त्रात ती विधाने म्हणून ओळखली जातात. त्यांना निवेदक वाक्ये असेही म्हणतात. ती वर्णनात्मक वाक्ये असतात कारण ती आपल्याला माहिती देतात. त्यामुळे वर्णनात्मक वाक्ये तार्किक विधाने असतात.

त्यामुळे आपण असा निष्कर्ष काढू शकतो की, सर्व वाक्ये विधाने नसतात. फक्त जी वाक्ये सत्य किंवा असत्य असू शकतात तीच विधाने असतात. काही वेळा वर्णनात्मक वाक्ये प्रश्नार्थक अथवा उद्गारवाचक असू शकतात.

**उदाहरण :** (१) तुम्ही तुमच्या मित्रांना मूर्ख बनवू शकता असे तुम्हांस वाटते काय?

(२) चोर ... चोर!

व्याकरणदृष्ट्या वरील उदाहरणे अनुक्रमे प्रश्नार्थक व उद्गारवाचक वाक्य आहेत. परंतु तार्किकदृष्ट्या ती विधाने आहेत.

**कृती : ३**

निवेदक / वर्णनात्मक वाक्यांची यादी बनवा.

**चित्र : १**



**चित्र : २**



**कृती : ४**

या चित्रांचे निरीक्षण करून वर्णन करा व निवेदक विधानांची यादी बनवा.

(होकारार्थी निवेदन व नकारार्थी निवेदन)

विधान हे वाक्याच्या स्वरूपात व्यक्त होते. मात्र विधान म्हणजे वाक्य नसते. एकच विधान विविध वाक्यांद्वारे अभिव्यक्त होऊ शकते.

उदाहरण : (१) This is a fish (English)

(२) Das ist ein fisch (German)

(३) यह मछली है। (हिंदी)

(४) हा मासा आहे. (मराठी)

(५) kore wa sakana desu. (Japanese)

येथे इंग्रजी, जर्मन, हिंदी, मराठी, जपानी अशी वेगवेगळ्या भाषेतील वेगवेगळी वाक्ये आहेत. परंतु ती सर्व एकच विधान व्यक्त करतात.

जी गोष्ट ज्ञानेंद्रियामार्फत ज्ञात होते तिला भौतिक अस्तित्व असते. विधानाचा अर्थ किंवा आशय वाक्याच्या आकारातून व्यक्त होतो. त्यामुळे त्याला भौतिक अस्तित्व नसते. विधान हे वाक्याच्या माध्यमातून व्यक्त होते.

या उलट वाक्याला भौतिक अस्तित्व असते. जेव्हा वाक्य उच्चारले जाते तेव्हा ध्वनीतरंगाच्या स्वरुपात असते. जेव्हा ते लिखित असते, तेव्हा ते चिन्हाच्या माध्यमातून व्यक्त होते. उदा. वर दिलेली पाच वेगवेगळी वाक्ये. या वाक्यांमध्ये व्यक्त होणाऱ्या अर्थांना म्हणजेच विधानांना भौतिक अस्तित्व नाही, एखादी व्यक्ती ते पाहू शकत नाही, त्याला स्पर्श करू शकत नाही. मात्र एखाद्याला ते तेव्हाच समजू शकते जेव्हा त्याला ती भाषा अवगत असते.

**विधानाची महत्त्वाची वैशिष्ट्ये** खालीलप्रमाणे आहेत :

### (१) प्रत्येक विधानाला सत्यतामूल्य असते :

विधानांच्या सत्य किंवा असत्यतेला त्या विधानांचे सत्यतामूल्य म्हणतात. सत्य विधानाचे सत्यतामूल्य सत्य आणि असत्य विधानाचे सत्यतामूल्य असत्य असते.

आता प्रश्न उद्‌भवतो की, ‘‘विधानाचे सत्यतामूल्य कसे ठरते?’’ याचे उत्तर आहे, ‘‘वस्तुस्थिती.’’ जर विधानाने वस्तुस्थिती दर्शविली तर ते सत्य असते. याचा अर्थ, वस्तुस्थितीशी सुसंगत असल्यास विधान सत्य असते.

उदा. लोणी उष्णतेने वितळते.

जर विधान वस्तुस्थितीचे प्रतिनिधित्व करत नसेल, जर तसा दावा योग्य नसेल तर विधान असत्य असते.

उदा. मुंबई ही भारताची राजधानी आहे. (याचे सत्यतामूल्य असत्य आहे.)

### (२) प्रत्येक विधानाला एकच सत्यतामूल्य असते. :

विधान एकाच वेळी सत्य आणि असत्य नसते.

उदा. खडू पांढरा आहे. हे विधान एकाचवेळी सत्य आणि असत्य असू शकत नाही.

### (३) प्रत्येक विधानाचे सत्यतामूल्य निश्चित असते.:

विधानाला एकमेव (unique) सत्यतामूल्य असते. जर विधान सत्य असेल तर ते नेहमी सत्य असते. जर विधान असत्य असेल तर ते नेहमी असत्य असते. दुसऱ्या शब्दात सांगायचे तर विधानाचे सत्यतामूल्य बदलत नाही.

उदा. पृथ्वी ही सपाट तबकडी आहे.

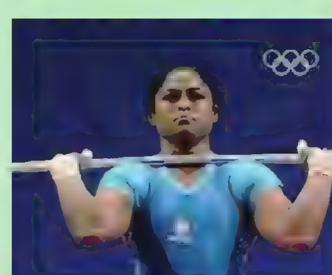
जरी वरील विधानाचे सत्यतामूल्य बदलले गेले असले तरी वास्तवात ते तसे नाही. अज्ञानामुळे (शास्त्रीय ज्ञानाच्या उणीवेमुळे) हे विधान सत्य मानलं गेलं. परंतू आज ते असत्य असल्याचे सिद्ध झाले आहे.

**अशाप्रकारे, सर्व विधाने वाक्य असतात मात्र सर्व वाक्ये विधाने नसतात. फक्त तीच वाक्ये विधाने असतात की जी, सत्य किंवा असत्य असू शकतात.**

कृती : ५ या चित्रांकडे काळजीपुर्वक बघा आणि चित्रांचे वर्णन करणारी विधाने बनवा.







विधान आणि वाक्य यामध्ये महत्त्वाचे फरक आहेत. तरीही ते परस्पर संबंधित आहेत.

| विधान | वाक्य |
|---|---|
| (१) हे असे वाक्य आहे जे सत्य किंवा असत्य असते. | (१) व्याकरणदृष्ट्या अर्थपूर्ण शब्दांचा समूह म्हणजे वाक्य. |
| (२) विधान हे वाक्याच्या माध्यमातून सांगितले जाते. | (२) वाक्य हे विधान व्यक्त करण्याचे एक साधन आहे. |
| (३) केवळ वर्णनात्मक वाक्ये विधाने असतात. | (३) ज्यातून भावना, इच्छा इत्यादींची अभिव्यक्ती होते, त्यांना वाक्ये म्हणतात. |
| (४) प्रत्येक विधानाला सत्यतामूल्य असते. म्हणजे ते एकतर सत्य किंवा असत्य असते. | (४) वाक्याला सत्यता मूल्य नसते. वाक्य हे सत्य किंवा असत्य नसते. |
| (५) विधानाला भौतिक अस्तित्व नसते. | (५) वाक्याला भौतिक अस्तित्व असते. |
| (६) **उदा.** ताजमहाल शुभ्र आहे. | (६) **उदा.** आपण कसे आहात? |

## २:२ विधानांचे वर्गीकरण

विधानांचे वर्गीकरण हे अशा आधारावर केले जाते की एखादे विधान दुसऱ्या विधानाचा घटक असते. काही विधाने दुसऱ्या विधानाची घटक नसतात अशा प्रकारच्या विधानांना घटक आहे किंवा नाही यांच्या आधारे विधानाचे वर्गीकरण केले जाते. पहिल्याला सरल विधान व दुसऱ्याला मिश्र विधान म्हणतात.

### सरल विधान :

विधान हे तर्कशास्त्राचा मूलभूत घटक आहे. **ज्या विधानात इतर कोणतेही विधान किंवा विधाने, घटक विधाने म्हणून नसतात अशा विधानास सरल विधान असे म्हणतात.**

**उदाहरणे :**

(१) दिल्ली ही भारताची राजधानी आहे.

(२) मोर सामान्यत: जंगलात राहतो.

(३) षटकोनाला सहा बाजू आहेत.

(४) हळदीने माझी सांधेदुखी कमी होते.

(५) अनिल वाहन चालक म्हणून पात्र आहे.

(६) मुंबई ही इंग्लंडची राजधानी आहे.

> **कृती : ६**
>
> **सरल विधानांची यादी बनवा.**

### मिश्र विधान :

**उदाहरणे :**

(१) दिल्ली ही भारताची राजधानी आहे आणि ते गर्दीचे शहर आहे.

(२) सर्वसाधारणपणे मोर जंगलात राहतो किंवा झुडुपात.

(३) जर एखाद्या आकृतीला सहा बाजू असतील तर तिला षटकोन म्हणतात.

(४) जर हळदीने माझी सांधेदुखी कमी केली तर मी रोज हळदीचे सेवन करेन.

(५) अनिल १८ वर्षाचा असेल तर आणि तरच तो वाहन चालक म्हणून पात्र ठरेल.

(६) हे असत्य आहे की, मुंबई ही इंग्लंडची राजधानी आहे.

मिश्र विधानांतील विधानांना त्या विधानांची **घटक विधाने** असे म्हणतात.

> **कृती : ७**
>
> वरील उदाहरणांपैकी मिश्र विधानांची घटक विधाने ओळखा.

यापमाणे, **ज्या विधानांत इतर विधान किंवा विधाने घटक म्हणून समाविष्ट असतात त्यांना मिश्र विधान म्हणतात.**

**कृती : ८**

कृती क्र.६ मध्ये तुम्ही तयार केलेल्या विधानांमधून मिश्र विधाने तयार करा.

### सरल विधानांचे प्रकार :

सरल विधानांचे चार प्रकार पडतात. ते असे,

### (१) उद्देश्यरहित विधान :

विधानाचा सर्वात सोपा प्रकार म्हणजे उद्देश्यरहित विधाने.

उदा.:

(१) बॉम्ब!

(२) आग!

उद्देश्यरहित विधाने निवेदन करतात. ती माहिती देतात म्हणून ती विधान आहेत. मात्र त्यांचा उद्देश स्पष्ट होत नाही. म्हणून ती प्राथमिक विधाने आहेत.

### (२) उद्देश्य – विधेय विधान :

उद्देश्य – विधेय विधान एखाद्या व्यक्तिचा गुणधर्म अथवा वैशिष्ट्य सांगते. या विधानात उद्देश्य, विधेय व क्रियापद असते. एका व्यक्तिसाठी ते एकच असते. **म्हणून या विधानाचे उद्देश्य हे एकवाची पद असते.**

उदा. अशोक बुद्धिमान आहे.

### (३) संबंधवाची विधान :

संबंधवाची विधान दोन उद्देश्यातील संबंध सांगते. ज्या उद्देश्यांमध्ये संबंध सांगितला जातो त्याला **पदांमधील संबंध** म्हणतात.

उदा. राम श्यामपेक्षा उंच आहे.

वरील विधान राम आणि श्याम मधील संबंध दर्शविते.

### (४) वर्गवाची विधान :

वर्गवाची विधानानुसार व्यक्ती ही एखाद्या वर्गाची सदस्य असते. हे असे दर्शविते की, उद्देश्यपद हे विधेयाने दर्शविलेल्या वर्गाचे असते. **म्हणून येथे विधेयपद सामान्य आहे.**

उदा.

(१) राणी लक्ष्मीबाई श्रेष्ठ योद्ध्या होत्या.

(२) भगतसिंग हे स्वातंत्र्यसैनिक होते.

### मिश्र विधानाचे प्रकार –

मिश्र विधानाचे दोन प्रकार पडतात –

(१) सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने

(२) न-सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने

### (१) सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने :

मिश्र विधानामध्ये दोन किंवा अधिक घटक विधाने आणि, किंवा इ. उभयान्वयी अव्ययांनी जोडलेली असतात. ही घटक विधाने सत्य किंवा असत्य असतात. तसेच संपूर्ण घटक विधानास ही सत्यतामूल्य असते.

उदा. समीर बुद्धिमान आहे आणि समीर चलाख आहे.

या विधानात दोन विधाने आहेत.

(१) समीर बुद्धिमान आहे.

(२) समीर चलाख आहे.

जेव्हा दोन घटक विधाने असतात, तेव्हा आपल्याला चार शक्यता मिळतात. त्या खालीलप्रमाणे,

| समीर बुद्धिमान आहे | **आणि** | समीर चलाख आहे |
|---|---|---|
| सत्य | सत्य | सत्य |
| सत्य | असत्य | असत्य |
| असत्य | असत्य | सत्य |
| असत्य | असत्य | असत्य |

मिश्र विधानाचे सत्यतामूल्य जे मधल्या स्तंभात दर्शविले आहे ते घटक विधानांच्या सत्यतामूल्यानुसार बदलते. वरील उदाहरणात जेव्हा दोन्ही घटक विधाने सत्य असतात तेव्हा मिश्र विधान सत्य असते. अन्यथा इतर शक्यतांमध्ये ते असत्य असते.

याप्रमाणे, **सत्यताफलनात्मक मिश्र विधान म्हणजे असे मिश्र विधान की, ज्याचे सत्यतामूल्य त्याच्या घटक विधानाच्या सत्यतामूल्यावरून निर्धारित होते.**

### (२) न-सत्यताफलनात्मक मिश्र विधाने :

काही विधाने अशी असतात की, त्यांचे सत्यतामूल्य त्यांच्या घटक विधानांवरून ठरत नाही. अशा मिश्र, विधानांना **न-सत्यताफलनात्मक मिश्र विधाने** म्हणतात.

**उदा.** माझा विश्वास आहे की आत्मा अस्तित्वात आहे.

येथे **घटक विधान** 'आत्मा अस्तित्वात आहे' हे सत्य किंवा असत्य असू शकते.

**घटक विधानाचे** सत्यतामूल्य कोणतेही असले तरी त्याचा परिणाम मिश्र विधानाच्या सत्यतामूल्यावर होत नाही.

'माझा विश्वास आहे की, आत्मा अस्तित्वात आहे' हे विधान सत्य असेल तर त्याचे घटक विधान 'आत्मा अस्तित्वात आहे' हे सत्य किंवा असत्य असेल. मात्र वरील मिश्र विधानाचे सत्यतामूल्य सत्यच राहील.

आता हे न-सत्यताफलनात्मक मिश्र विधान आहे.

**यानुसार न-सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानांचे घटक विधान म्हणजे अशी मिश्र विधाने की ज्यांचे सत्यतामूल्य त्यांच्या घटक विधानांच्या सत्यतामूल्यांवर अवलंबून नसते.**

### सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानांचे प्रकार :

तार्किक संयोजकांच्या आधाराने जे सत्यताफलनात्मक विधानांचे दोन घटक जोडले जातात, त्यावरून आपल्याला सत्यताफलनात्मक विधानाचे पाच प्रकार मिळतात.

(१) **निषेधक** विधान

**उदा.** हे पुस्तक रंजक **नाही.**

(२) **संधी** विधान

**उदा.** हे पुस्तक रंजक **व** माहितीपूर्ण आहे.

(३) **वैकल्पिक** विधान

**उदा.** हे पुस्तक रंजक **किंवा** माहितीपूर्ण आहे.

(४) **सोपाधिक किंवा व्यंजनात्मक** विधान

**उदा. जर** हे पुस्तक रंजक असेल **तर** लोक ते खरेदी करतील.

(५) **सममूल्य** विधान

**उदा. जर** हे पुस्तक रंजक असेल **तर आणि तरच** लोक ते खरेदी करतील.

## २.३ विधानांचे चिन्हांकन

### चिन्हांकनाची गरज, उपयुक्तता व महत्त्व

चिन्हांकन आवश्यक आहे कारण युक्तिवाद भाषेत अभिव्यक्त होतात. चिन्हांचा वापर हा दिशाभूल करणारा नसून तो योग्य तर्क करण्यास मदत करतो. नैसर्गिक भाषेत काही दोष असतात ते पुढीलप्रमाणे –

(१) संदिग्ध व अस्पष्ट शब्दांचा वापर

(२) दिशाभूल करणाऱ्या वाक्प्रचारांचा वापर

(३) गोंधळवणारी रूपकात्मक शैली.

चिन्हांकनाची भाषा ही वर उल्लेखिलेल्या / नमूद केलेल्या दोषांपासून मुक्त असते.

तर्कशास्त्र युक्तिवादाशी निगडीत असते युक्तिवादामध्ये आधार विधान व निष्कर्ष विधान असते. युक्तिवाद युक्त अथवा अयुक्त असतो. युक्तिवादाची वैधता ठरविण्यासाठी आपणांस निश्चित तार्किक पद्धतीचा वापर करावा लागतो. या पद्धती प्रत्यक्षपणे सामान्य भाषेत विधानांना लागू करता येत नाहीत. तर्कशास्त्रज्ञांनी विधानाला आकार आणण्यासाठी चिन्हांकनाचे तंत्र विकसित केले आहे.

नैगमनिक तर्कशास्त्र हे युक्तिवादाच्या आशयाशी संबंधीत नसून ते युक्तीवादाच्या आकाराशी संबंधित असते. ते विधानाच्या आकाराशी संबंधित असते. हे केवळ चिन्हांकनाद्वारे शक्य होते.

युक्तिवादाच्या योग्य आकलनासाठी व त्यापासून अनुमान करण्यासाठी चिन्हांकनाचा वापर हा सोयीचा व फायदेशीर ठरतो.

### चिन्हांकनाचे तर्कशास्त्रातील महत्त्व :

(१) हे युक्तिवादात महत्त्वाचे काय आहे यावर लक्ष केंद्रित करते आणि अनावश्यक तपशीलाकडे दुर्लक्ष करून त्याची वैधता ठरविण्यासाठी मदत करते.

(२) ते विधान आणि युक्तिवादांचा तार्किक आकार अधिक स्पष्टपणे समजण्यासाठी मदत करते.

(३) ते अस्पष्ट आणि संदिग्ध शब्दांमधील गोंधळाला प्रतिबंध करते.

चिन्हे / प्रतिके हे एक प्रकारचे लघु आकार आहेत. नैसर्गिक भाषेत विधान किंवा अनुमानाला अधिक मोठी अभिव्यक्ती असते. मात्र जेव्हा आपण चिन्हे / प्रतिके वापरतो तेव्हा अभिव्यक्ती लघु होते.

सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानांचे चिन्हांकन करण्यासाठी आपणांस निश्चित चिन्हे आवश्यक असतात. ती अशी –

(१) विधान अचरे / अचले

(२) विधान चरे / चले

(३) तार्किक संयोजके / तर्ककारके

(४) कंस

### (१) विधान अचरे / अचले

**विधान अचर म्हणजे असे चिन्ह ज्याद्वारे विशिष्ट संपूर्ण विधानाचा निर्देश होतो.** त्यांना अचर म्हटले जाते कारण त्याला निश्चित अर्थ असतो. इंग्रजी मोठ्या लिपीतील **A to Z** ही अक्षरे विधान अचरे म्हणून वापरली जातात. आपण कोणतेही विधान अचर विधानाच्या चिन्हांकनासाठी वापरू शकतो. उदा. योगासने ही शरीर आणि मन यांना एकत्रित जोडण्याचे काम करतात. वरील विधानासाठी **"A"** किंवा अन्य कोणतेही इंग्रजी मोठ्या लिपीतील अक्षर संपूर्ण विधानाच्या चिन्हांकनासाठी वापरू शकतो.

जेव्हा युक्तिवादामध्ये अधिक विधाने घटक म्हणून असतात तेव्हा आपल्याला खालील **अटींचे किंवा मर्यादांचे** पालन करावे लागते.

(१) विधानात किंवा युक्तिवादात एका घटक विधानासाठी एकच विधान – अचर वापरावे.

(२) एकच विधान अचर इतर वेगळ्या विधानासाठी एकाच युक्तिवादात वापरू नये.

**उदा.** संतोष सॅलॅड किंवा सॅण्डवीच घेईल.

संतोषने सॅलॅड घेतले नाही.

त्याअर्थी संतोष सॅण्डवीच घेईल.

**वरील उदाहरणात** आपण 'संतोषने सॅलॅड घेतले नाही' या विधानासाठी "S" हे विधान अचर घेऊ आणि 'संतोष सॅण्डवीच घेईल' या विधानासाठी दोन नंबरच्या अटीप्रमाणे "S" हे विधान अचर घेणार नाही. त्यासाठी आपण दुसरे विधान अचर घेऊ, जसे "D"

**उदा. पहिले आधारविधान आहे,**

संतोष सॅलॅड किंवा सॅण्डवीच घेईल.

या विधानांचे चिन्हांकन असे होईल,

**S** किंवा **D**

**दुसरे आधार विधान आहे,**

संतोष सॅलॅड घेणार नाही.

या विधानाचे चिन्हांकन असे होईल,

Not **S**

**तिसरे निष्कर्ष विधान** आहे, संतोष सॅण्डवीच घेईल या विधानाचे चिन्हांकन असे होईल,

त्याअर्थी **D**

याप्रमाणे युक्तीवादाचे चिन्हांकन असे केले जाईल.

**S** किंवा **D**

Not **S**

त्याअर्थी **D**

## (२) विधान चरे / चले

**विधान चर म्हणजे असे चिन्ह जे कोणत्याही विधानासाठी वापरले जाते.** इंग्रजी लहान लिपीतील **p, q, r, s ..........** ही अक्षरे विधानचरे म्हणून वापरली जातात. विधान अचरे कोणत्याही विशिष्ट विधानासाठी वापरता येत नाहीत. ती फक्त विधानाच्या स्थानांचे निर्देशन करतात.

**उदा.** ''जर p तर q'' ही अभिव्यक्ती दर्शविते की, "p" म्हणजे एखादे विधान आणि "q" म्हणजे दुसरे एखादे विधान आणि ही दोन्ही विधाने ''जर ..... तर'' यांनी जोडलेली असतात.

विधानचर हे चिन्ह विधानाला पर्याय म्हणून वापरले आहे. जेव्हा युक्तिवादाकारात अधिक संख्येने विधाने घटक म्हणून असतात. तेव्हा आपल्याला खालील **अटी वा मर्यादा** लक्षात घ्यावा लागतात. -

(१) एखाद्या युक्तिवादाकारामध्ये जर एखादे विधान एकापेक्षा अधिक वेळा आले असेल तर त्या सर्व ठिकाणी एकच विधानचर वापरायचे असते.

(२) एखाद्या युक्तिवादाकारामध्ये एकच विधान चर हे दुसऱ्या विधानांसाठी वापरता येणार नाही.

खालील युक्तिवादाकारात एखाद्या विधानासाठी "p" आणि दुसऱ्या एखाद्या विधानासाठी "q" वापरले तर आपल्याला अगणित युक्तिवाद मिळतील.

**उदा.** जर p तर q

q नाही

म्हणून p नाही.

**उदाहरण क्र. १**

जर आकृती चौरस असेल तर त्याला चार बाजू असतील.

आकृतीला चार बाजू नाहीत.

म्हणून आकृती चौरस नाही.

**उदाहरण क्र. २**

जर तुमच्याकडे पासवर्ड असेल तर तुम्ही नेटवर्कवर लॉग करू शकता.

तुम्ही नेटवर्कवर लॉग करू शकत नाही.

त्याअर्थी तुमच्याकडे पासवर्ड नाही.

आपण विधान चरासाठी कोणतेही विधान वापरू शकतो. त्यामुळे त्यांना **'स्थानधारक'** किंवा **'स्थान – निर्देशक'** म्हणतात.

**कृती : ९ खालील युक्तिवादाकार काळजीपूर्वक वाचा आणि त्यापासून युक्तिवादांची रचना करा.**

| (१) | (२) | (३) |
|---|---|---|
| p किंवा q | जर p तर q | जर p तर q |
| p नाही | p | जर q तर r |
| म्हणून q | म्हणून q | म्हणून जर p तर r |

| तार्किक संयोजके | चिन्ह | चिन्हाचे नाव |
|---|---|---|
| (१) नाही | ~ | कुरल रेषा |
| (२) आणि | • | बिंदू |
| (३) किंवा | ∨ | पाचर |
| (४) जर – तर | ⊃ | अश्वनाल |
| (५) जर – तर आणि तरच | ≡ | तीन समांतर रेषा |

### (३) विधानीय संयोजके / तार्किक संयोजके / तर्ककारके

**विधानीय संयोजके म्हणजे अशी अभिव्यक्ती (शब्द/चिन्ह) की जी विधान किंवा विधानांचे संचलन करतात किंवा दोन सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानांना जोडतात.** येथे एकंदर पाच अभिव्यक्ती (शब्द / चिन्ह) ह्या घटकांना किंवा सत्यता फलनात्मक मिश्र विधानांना जोडतात. वरील तक्त्यात चिन्हांची नावे पाच संयोजकांना दिली आहेत. या चिन्हांना **तार्किक संयोजके** म्हणतात.

'नाही' हा विधानीय संयोजक फक्त एकाच विधानाला जोडलेला असतो. म्हणून त्याला **एकयोज्य तर्ककारक** म्हणतात. दुसऱ्या बाजूला शेवटची चार संयोजके, 'आणि' 'किंवा' 'जर.....तर' आणि 'जर.... तर आणि तरच' ही दोन विधानांना जोडतात. म्हणून त्यांना **'द्विवियोज्य'** किंवा **'द्विपदी'** तर्ककारक म्हटले जाते.

### (४) चिन्हांकनातील कंसाचे महत्त्व

कोणत्याही भाषेत संदिग्धता टाळण्यासाठी विराम – चिन्हे वापरणे आवश्यक असते. भाषेमध्ये आपण स्वल्पविराम, अल्पविराम, पूर्णविराम, प्रश्नार्थक चिन्ह, उद्‌गारवाचक चिन्ह, अवतरण चिन्ह इत्यादींचा वापर एक वाक्य दुसऱ्या पासून वेगळे करण्यासाठी किंवा अर्थ स्पष्ट करण्यासाठी करतो.

**उदाहरण :**

"मला शिजवलेल्या भाज्या, फळे आणि कुत्रे आवडतात."

वरील वाक्य खालील वाक्यासारखे नाही.

"मला शिजवलेल्या भाज्या फळे आणि कुत्रे आवडतात."

गणितात संदिग्धता दूर करण्यासाठी आणि अर्थ स्पष्ट होण्यासाठी विरामचिन्हे कंसाच्या आकारात दिसतात.

**उदा.** ६ + ७ × ८

मात्र कंस घातल्यास, ६ + (७ × ८) किंवा (६ + ७) × ८

क्लिष्ट विधानांसाठी तर्कशास्त्रातील विरामचिन्हे तितकीच महत्त्वाची आहेत. सांकेतिक तर्कशास्त्रात कंस, चौकटी कंस, महिरपी कंस ही विरामचिन्हे वापरली जातात.

**(१) कंस** – याचे चिन्ह / प्रतिक ( ) असे आहे. ते शब्द किंवा वाक्प्रचार किंवा वाक्यांच्या भोवती घातले जाते. तर्कशास्त्रात त्याचा वापर वेगवेगळ्या चिन्हांच्या गटासाठी करतात.

**उदा.** (p • q) ⊃ r

**(२) चौकटी कंस** – [ ] हा शब्द किंवा अंक यांना बंदिस्त करण्यासाठी वापरतात. तर्कशास्त्रात त्याचा वापर गटांच्या अभिव्यक्तीसाठी केला जातो. त्यात छोट्या कंसाचा समावेश असतो.

उदा. $[(p \bullet q) \vee (q \bullet p)] \equiv r$

**(३) महिरपी कंस** – { } याचा वापर गट अभिव्यक्तीसाठी केला जातो ज्यात चौकटी कंसाचा समावेश असतो.

उदा. $\sim\{[(p \bullet q) \vee (q \bullet p)] \equiv p\}$

## सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने

पाच तार्किक संयोजकांच्या आधारावर सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानांचे पाच प्रकार पडतात. ते खालीलप्रमाणे –

(१) निषेधक विधान

(२) संधी विधान

(३) वैकल्पिक विधान

(४) सोपाधिक किंवा व्यंजनात्मक विधान

(५) सममूल्य विधान

## (१) निषेधक विधान

कोणत्याही विधानाचा निषेध केला असता मिळणाऱ्या विधानाला निषेधक विधान म्हणतात. निषेधासाठी सामान्यत: **'नाही'** हा शब्द वापरला जातो. परंतु **'नाही'**, **'असे नाही की,'** **'हे खरे नाही की'** इ. शब्दांद्वारेही निषेध व्यक्त करता येतो.

उदा.

(१) सदानंद गणितज्ञ **नाही.**

(२) **हे असत्य आहे की,** अजित राजेशपेक्षा उंच आहे.

(३) **हे खरे नाही की** उर्मिला जादूगार आहे.

(४) **असे नाही की** अजय गायक आहे.

तर्कशास्त्रात आपण चिन्हे ही तार्किक संयोजकांप्रमाणे विधानांसाठीही वापरतो. "**निषेध**" या संयोजकासाठी किंवा "**नाही**" या शब्दासाठी "~" हे चिन्ह वापरतो. या चिन्हाला "**कुरल रेषा**" म्हणतात. निषेधासाठी "~" हे चिन्ह आणि कोणत्याही विधानासाठी "p" हे विधानचर वापरल्यावर वरील चारही विधानांचा आकार असा होईल.

चिन्हांकन : $\sim p$

**उदाहरण :** सदानंद हा गणितज्ञ नाही.

**पायरी १ :** वरील उदाहरणात **एक विधान** आणि एक विधानीय संयोजक आहे.

विधानाला **अधोरेखित** करून विधानीय संयोजक **चौकटीत** टाका.

उदा. सदानंद हा गणितज्ञ [नाही.]

$\sim S$

अशा रीतीने निषेधक विधानाचा आकार "~ p" असा होतो व वाचताना " निषेध p" असे वाचले जाते.

> **नेहमी लक्षात ठेवा :**
>
> ~ हे चिन्ह अक्षरांच्या अगोदर लिहावे अथवा अक्षराच्या डाव्या बाजूला लिहावे.
>
> ~ P ✓ P ~ ×

### निषेधाचे सत्यतामूल्य

निषेधाला व्याघाती फलनही म्हटले जाते.

**मूळ घटक विधान सत्य असल्यास त्याचे निषेधक विधान असत्य असते व मूळ घटक विधान असत्य असल्यास त्याचे निषेधक विधान सत्य असते.**

### निषेधाचे मूलभूत सत्यताकोष्टक :

| ~ | P |
|---|---|
| F | T |
| T | F |

## (२) संधी विधान – (संधी)

जेव्हा दोन किंवा अधिक विधाने **'आणि'** या सत्यताफलनात्मक संयोजकाने एकत्रित जोडली जातात त्याला संधी विधान म्हणतात. संधी विधानाच्या **घटकांना** घटक विधाने म्हणतात. 'आणि' या शब्दाला द्विवियोज्य संयोजक किंवा द्विपदी तर्ककारक म्हणतात.

उदा. चांगले बना आणि तुम्ही आनंदी व्हाल.

वरील उदाहरणात दोन विधाने आहेत –

(१) चांगले बना

(२) तुम्ही आनंदी व्हाल.

ती 'आणि' या शब्दाने जोडली आहेत. अनेकदा आपण, व, पण, परंतु, तरी, जरी, अद्याप देखिल, अजूनही, तरीसुद्धा, तथापि, शिवाय, पुढील, तसेच दोन्हींपैकी ...... इ. शब्द संधी या अर्थाने वापरतो.

उदा.

(१) सिंहाला जंगलाचा राजा म्हटले जाते **आणि** त्यात एक भारदस्तपणा जाणवतो.

(२) मला पार्टीला जायचे आहे **परंतु** मी दमले आहे.

(३) गौरी खेळत आहे **तर** वर्षा अभ्यास करत आहे.

(४) प्रशिक्षक अगोदरच ओरडत आहे, **तरीही** खेळाडू दंगा करत आहेत.

(५) हेमांगीचे काम चालूच आहे **जरी** ती दमली आहे.

(६) हे छोटेसेच घर आहे **मात्र** ते प्रशस्त आहे.

(७) चॉकलेटस् ही पौष्टिक नसतात **व / नी** दातांसाठीही चांगली **नसतात**.

(८) श्री. पाटील राजकारणी आहेत **आणि** साईबाबा हे संत आहेत.

संधी विधानाचे चिन्हांकन पुढीलप्रमाणे होईल.:

उदा. चांगले बना आणि तुम्ही आनंदी व्हाल.

'आणि' या तार्किक संयोजकासाठी '•' हे चिन्ह वापरावे. संधी विधानाचे चिन्हांकन पुढीलप्रमाणे :

"'p • q' "

उदा. सुगंधा आई आणि आजी आहे.

वरील विधानात दोन घटक विधाने (भाग) आहेत.

(१) सुगंधा आई आहे.

(२) सुगंधा आजी आहे.

तर्कशास्त्रीय परीभाषेत वरील दोन भागांना किंवा घटकानां **घटक विधाने** म्हणतात.

| | | |
|---|---|---|
| सुगंधा आई आहे | आणि | आजी |
| **(प्रथम घटक)** | | **(द्‌वितीय घटक)** |
| वरील विधानाचे चिन्हांकन | M • G | असे होते. |

यानुसार संधी विधानाचा आकार "p • q" असा आहे, तो "p आणि q" तसेच "p संधी q" असा वाचला जातो.

## सत्यता मूल्य :

संधी विधान हे सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानाचा एक प्रकार आहे. त्यामुळे संधी विधानाचे सत्यतामूल्य त्याच्या घटकांवर (घटक विधानांवर) अवलंबून असते.

**संधी विधानाची दोन्ही घटक विधाने (घटक) सत्य असतील तरच ते सत्य असते अन्यथा ते असत्य असते.**

## संधी विधानाचे मूलभूत सत्यता कोष्टक :

| p | • | q |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | F | T |
| F | F | F |

### (३) वैकल्पिक विधान –

जेव्हा दोन किंवा अधिक विधाने **किंवा .... अथवा, वा** या सत्यताफलनात्मक संयोजकांनी जोडलेली असतात. त्यावेळी त्यास वैकल्पिक विधान म्हणतात. 'किंवा..... अथवा ह्या शब्दांना द्वियोज्य किंवा द्विपदी संयोजक म्हणतात, की जे दोन विधाने एकत्र जोडतात. वैकल्पिक विधानातील घटकांना **'विकल्प'** असे म्हणतात.

उदा.

(१) मी प्रागला जाईल **किंवा** व्हिएन्नाला

(२) ती कमकुवत आहे **किंवा** भित्री आहे.

(३) गाडी निळी **किंवा** लाल आहे.

उदा. तो श्रीमंत अथवा गरीब आहे.

वरील उदाहरणात दोन विधाने आहेत.

(१) तो श्रीमंत आहे

(२) तो गरीब आहे

ही दोन विधाने 'अथवा' या सत्यताफलनात्मक संयोजकांनी किंवा तार्किक संयोजकांनी जोडलेली आहेत. विकल्प विधानाचा आकार "p ∨ q" आहे. तो "p विकल्प q" असा वाचला जातो.

| चिन्हांकन : तो श्रीमंत आहे | किंवा | तो गरीब आहे |
|---|---|---|
| विधान | तार्किक संयोजक | विधान |
| R | ∨ | p |

त्यामुळे वरील विधानाचे चिन्हांकन असे होईल:

**R ∨ P**

वैकल्पिक विधानाचा आकार "p ∨ q" आहे. तो "p किंवा q" तसेच "p विकल्प q" असा वाचला जातो.

#### सत्यतामूल्य :

वैकल्पिक विधान हा सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानाचा प्रकार आहे. त्यामुळे वैकल्पिक विधानाचे सत्यतामूल्य त्याच्या घटकांवर म्हणजे विकल्पांवर अवलंबून असते.

**जेव्हा वैकल्पिक विधानाचे दोन्ही घटक असत्य असतात तेव्हाच ते असत्य असते अन्यथा ते सत्य असते.**

#### वैकल्पिक विधानाचे मूलभूत सत्यताकोष्टक :

| p | ∨ | q |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | T | F |
| F | T | T |
| **F** | **F** | **F** |

वैकल्पिक विधान हे दुर्बल अथवा सबल अर्थाने वापरले जाते.

### (१) दुर्बल अथवा समावेशक विकल्प –

जेव्हा दोन्ही घटक (विकल्प) सत्य असू शकतात तेव्हा 'किंवा' हा शब्द दुर्बल विकल्प म्हणून वापरला जातो.

उदा. राजवी ही आई किंवा अभिनेत्री आहे.

वरील विधानात दोन विकल्प आहेत.

(१) राजवी आई आहे.

(२) राजवी अभिनेत्री आहे.

येथे दोन्ही विकल्प सत्य असू शकतात. कारण एखादी व्यक्ती आई किंवा अभिनेत्री दोन्ही असू शकते.

दुसऱ्या शब्दांत सांगायचे तर याचा अर्थ ''एकतर p किंवा q दोन्ही '' म्हणजे "P" एकटे सत्य असू शकते, "q" एकटे सत्य असू शकते आणि दोन्ही सत्य असू शकतात. परंतु ते एकाचवेळी असत्य असू शकत नाहीत.

### (२) सबल किंवा व्यावर्तक विकल्प

जेव्हा दोन्ही विकल्प एकत्रितपणे सत्य असू शकत नाहीत तेव्हा ''किंवा'' हा शब्द सबल विकल्प म्हणून वापरला जातो.

उदा. एकतर ती चिमणी असेल किंवा कावळा.

वरील विधानात दोन विकल्प आहेत.

(१) हा पक्षी चिमणी आहे.

(२) हा पक्षी कावळा आहे.

येथे दोन्ही विकल्प एकाचवेळी सत्य असू शकत नाहीत. जर एक सत्य असेल तर दुसरे अपरीहार्यपणे असत्य असते.

दुसऱ्या शब्दांत याचा अर्थ, एकतर "P" सत्य किंवा "q" सत्य असेल परंतु एकाचवेळी ते दोन्ही सत्य असू शकत नाहीत. जसे, तो पक्षी चिमणी असेल तर तो पक्षी कावळा असू शकत नाही अथवा तसेच उलट.

**तर्कशास्त्रात वैकल्पिक विधान केवळ दुर्बल अर्थाने वापरले जाते.**

### (४) सोपाधिक किंवा व्यंजनात्मक विधान

जेव्हा दोन किंवा अधिक विधाने ''**जर....तर**'' या सत्यता फलनात्मक संयोजकाने जोडली जातात तेव्हा त्यांना सोपाधिक विधान म्हणतात.

उदा.

(१) **जर** तुम्हाला चांगला पाळीव प्राणी हवा असेल **तर** तुम्ही कुत्रा आणा.

(२) **जर** माझ्या गाडीतील इंधन संपले **तर** ती धावणार नाही.

(३) **जर** आकृती षटकोनी असेल **तर** ती काटकोनी नसेल.

(४) **जर** तुम्ही पुस्तकातील सर्व स्वाध्याय सोडवीला **तर** तुम्हाला परीक्षेत पूर्ण गुण मिळतील.

(५) **जर** हा रेणू असेल **तर** तो अणूपासून बनला असेल.

(काहीवेळा स्वल्पविराम (,) हे 'तर' या शब्दासाठी वापरले जाते.)

सोपाधिक विधान दर्शविणारे शब्द – '' **जर .... तर**'', ''**जेव्हा....तेव्हा**'' च्याशिवाय वगैरे शब्द सोपाधिक विधान दर्शवितात.

| | | | |
|---|---|---|---|
| उदा. | जर पाऊस पडला | तर | गाड्या उशिरा धावतील. |
| | विधान १ | | विधान २ |

''जर....तर'' हा तार्किक संयोजक आहे.

**याचे चिन्हांकन :**

$$R \supset T$$

याप्रमाणे सोपाधिक विधानाचा आकार ''$p \supset q$'' तो ''जर p तर q'' किंवा ''p लक्षितता q'' असा वाचला जातो.

**व्यंजनात्मक** विधानानाला **सोपाधिक** विधानही म्हटले जाते. कारण ते अट आणि त्याचा परिणाम सांगतात. विधानाच्या अटीला **पूर्वांग** व त्याच्या परिणामाला **उत्तरांग** म्हणतात.

| | | | |
|---|---|---|---|
| उदा. | जर ती उंच असेल | तर | ती मॉडेल बनू शकते. |
| | अट | | परिणाम |
| | पूर्वांग | | उत्तरांग |

**सत्यता मूल्य :**

**जेव्हा पूर्वांग सत्य व उत्तरांग असत्य असेल तेव्हाच सोपाधिक विधान असत्य असते. अन्यथा इतरवेळी ते सत्य असते.**

**सोपाधिक विधानाचे मूलभूत सत्यता कोष्टक :**

| P | ⊃ | q |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | T |
| F | T | F |

## (५) सममूल्य विधान

सममूल्य विधानात दोन घटक विधाने एकमेकांना व्यंजित करतात.

जेव्हा दोन किंवा अधिक विधाने **''जर... तर आणि तरच''** या सत्यताफलनात्मक संयोजकाने जोडलेली असतात तेव्हा त्यांना सममूल्य विधान असे म्हणतात.

उदा.

(१) तुम्ही तिकीट घेतले **तर आणि तरच** तुम्ही विमान पकडू शकता.

(२) जर कोनाचे मोजमाप समान असेल **तर आणि तरच** ते समरूप असतील.

(३) **जर** तुमच्याकडे प्रवेशपत्र असेल **तर आणि तरच** तुम्ही चित्रपटगृहात प्रवेश करू शकता.

(४) **जर** तुम्ही खूप अभ्यास केला **तर आणि तरच** तुम्ही पास व्हाल.

> **नेहमी लक्षात ठेवा :**
>
> स्वल्पविराम(,) चा वापर विधान अर्थपूर्ण बनविण्यासाठी होतो.

सोपाधिक विधानात पूर्वांग उत्तरांग व्यंजित करते परंतु उत्तरांग पूर्वांगास व्यंजित करत नाही. सममूल्य विधानात मात्र पहिला घटक दुसऱ्याला व्यंजित करतो आणि दुसरा घटकही पहिल्याला व्यंजित करतो.

'जर ...तर व तरच' अशी अभिव्यक्ती सममूल्य विधान दर्शविते. म्हणून त्याला द्विपक्षी व्यंजक विधान असेही म्हणतात.

> उदा.
>
> जर आभाळ निरभ्र असेल तर आणि तरच पक्षी उडतात.
>
> विधान १ तार्किक संयोजक विधान २
>
> **चिन्हात्मक अभिव्यक्ति :**
>
> **B ≡ S**
>
> **किंवा**
>
> **S ≡ B**
>
> यानुसार सममूल्य विधानाचा आकार **"p ≡ q"** असा आहे. तो ''जर p तर आणि तरच q'' किंवा ''p सममूल्य q'' असा वाचला जातो.

**सत्यता मूल्य:**

**दोन्ही घटकांचे सत्यतामूल्य समान असेल तरच सममूल्य विधान सत्य असते. म्हणजे दोन्ही घटक सत्य किंवा दोन्ही घटक असत्य असले पाहिजेत. अन्यथा ते विधान असत्य असेल.**

**सममूल्य विधानाचे मूलभूत सत्यताकोष्टक :**

| p | ≡ | q |
|---|---|---|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | F | T |
| F | T | F |

> कृती १०
>
> (१) मी मॉलमध्ये जाईन.
>
> (२) मी चित्रपट पहायला जाईन.
>
> (३) मी व्यायामशाळेत जाईन.
>
> वरील विधाने वापरा आणि पाच प्रकारची सत्यताफलनात्मक विधाने बनवा.

## २.४ मिश्र विधानांचे चिन्हांकन :

(१) गुलाब लाल आहेत — आणि — जाई शुभ्र आहेत.

| विधान १ | तार्किक संयोजक | विधान २ |
|---|---|---|
| R | • | J |

**आपण याचे उत्तर दोन पायऱ्यांच्या मदतीने देऊ.**

चिन्हांकन : $R \cdot J$

विधान प्रकार : संधी विधान

(२) तो गरीब आहे — परंतु — कष्टाळू नाही.

| विधान १ | तार्किक संयोजक | विधान २ |
|---|---|---|
| P | • ~ | H |

चिन्हांकन : $P \cdot \sim H$

विधान प्रकार : संधी विधान

(३) मीरा चांगली गायिका व चांगली अभिनेत्री यांपैकी दोन्हीही नाही.

चिन्हांकन : $\sim (S \cdot A)$

विधान प्रकार : निषेधक विधान

(४) ज्याअर्थी रस्ते ओले आहेत त्याअर्थी एकतर आज पाऊस पडला असावा अथवा अग्नीरोधकाने रस्त्यावर पाणी सांडले असावे.

चिन्हांकन : $W \supset (R \vee F)$

विधान प्रकार : सोपाधिक विधान

(५) जर पाऊस पडला नाही तर आणि तरच तो सामना खेळायला जाईल.

चिन्हांकन : $\sim R \equiv M$

विधान प्रकार : सममूल्य विधान

(६) हे असत्य आहे की, जर मी ऑस्ट्रेलियाला गेलो तर आणि तरच पैसे कमविन.

चिन्हांकन : $\sim (A \equiv M)$

विधान प्रकार : निषेधक विधान

(७) सूर्य तारा आहे किंवा तारा नाही.

चिन्हांकन : $S \vee \sim S$

विधान प्रकार : वैकल्पिक विधान

(८) आज उष्माही होत नाही आणि गारवाही होत नाही.

चिन्हांकन : $\sim H \cdot \sim C$

विधान प्रकार : संधी विधान

(९) जर फास्ट फुड सकस नसेल तर त्याने ते खाऊ नये.

चिन्हांकन : $\sim H \supset \sim E$

विधान प्रकार : सोपाधिक विधान

(१०) सजीव प्राणी मर्त्य असतो अथवा अमर्त्य.

चिन्हांकन : $M \vee I$

विधान प्रकार : वैकल्पिक विधान

| एकयोज्य तर्ककारक | द्वियोज्य तर्ककारक |
| --- | --- |
| (१) यात एकच विधान येते | (१) यात दोनपेक्षा अधिक विधाने जोडलेली असतात. |
| (२) ~ हे एकयोज्य संयोजक आहे | (२) •, ⊃, ∨, ≡ ही द्वियोज्य संयोजके आहेत. |

**नेहमी लक्षात ठेवा –**

**सर्व द्वियोज्य संयोजक नेहमी दोन घटक विधानांच्या मध्यभागी लिहिला जातो.**

| | | | |
| --- | --- | --- | --- |
| p • q | ✓ | • p q | × |
| p ∨ q | ✓ | ∨ p q | × |
| p ⊃ q | ✓ | ⊃ p q | × |
| p ≡ q | ✓ | ≡ p q | × |

## सारांश

**विधान :** विधान हे सत्य किंवा असत्य असणारे वाक्य असते. बहुतेक तर्कशास्त्रज्ञ विधान किंवा निवेदक वाक्य हे दोन्ही शब्द एकाच अर्थी वापरतात. जर विधान वस्तुस्थितीचं प्रतिनिधित्व करत असेल तर ते सत्य असते. अन्यथा, ते असत्य असते.

**विधान आणि वाक्य :** विधान हे वाक्याच्या रुपात व्यक्त होते. मात्र विधान हे वाक्यापेक्षा भिन्न असते. आधुनिक विधानीय तर्कशास्त्रात विधानाचे पुढील प्रकार पडतात –

**(१) सरल विधान**

(अ) उद्देश्यरहित विधान

(ब) उद्देश्य – विधेय विधान

(क) संबंधवाची विधान

(ड) वर्गवाची विधान

**(२) मिश्र विधान**

(अ) सत्यताफलनात्मक मिश्र विधाने

(ब) न – सत्यताफलनात्मक मिश्र विधाने –

**सत्यताफलनात्मक मिश्र विधानाचे वर्गीकरण –**

(१) निषेधवाची विधान

(२) संधी विधान

(३) वैकल्पिक विधान

(४) व्यंजक अथवा सोपाधिक विधान

(५) सममूल्य विधान

आधुनिक तर्कशास्त्रज्ञ विधान अचरे, विधान चरे, तार्किक संयोजके आणि कंस यांचा वापर विधानांच्या चिन्हांकनासाठी करतात.

## स्वाध्याय

### प्र. १. कंसातील योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.

(१) ......... हा तर्कशास्त्राचा मूलभूत घटक आहे.

(वाक्य / विधान)

(२) विधान हे ............ ने सांगितले आहे.

(निवेदक वाक्य / वाक्य)

(३) जर विधान वस्तुस्थितींच प्रतिनिधित्व करीत असेल तर ते .......... असते.

(असत्य / सत्य)

(४) केवळ .......... वाक्येच विधान असतात.

(वर्णनात्मक / उद्गारार्थी)

(५) .......... विधानात दुसरे विधान त्याचा घटक म्हणून नसते.

(सरल / मिश्र)

(६) A, B, C, D ही .......... होत.

(विधान अचरे / विधान चरे)

(७) ' • ' हा ....... संयोजक आहे.

(द्विवियोज्य / एकयोज्य)

(८) तर्कशास्त्रात वैकल्पिक विधान ........... स्वरूपात वापरले जाते.

(सबल / दुर्बल)

(९) सोपाधिक विधान हे असत्य असते जेव्हा त्याचे ...... सत्य आणि .......... असत्य असते.

(उत्तरांग / पुर्वांग)

(१०) सममूल्य विधानासाठी ............ हे चिन्ह वापरले जाते.

($\equiv$ / $\vee$)

### प्र. २. खालील विधाने सत्य की असत्य आहेत ते सांगा.

(१) आधार विधाने आणि निष्कर्ष हे विधान म्हणून ओळखले जातात.

(२) प्रत्येक वाक्य विधान असते.

(३) विधान हे असत्य असते जेव्हा ते वस्तूस्थितीवर आधारीत असते.

(४) जेव्हा आपण सरल विधानाचा निषेध करतो, तेव्हा आपणांस मिश्र विधान मिळते.

(५) एक घटक असत्य असल्यास संधी विधान असत्य असते.

(६) चर हे विधान नसून फक्त एखाद्या विधानाचे स्थान निदर्शक असते.

(७) $\supset$ हे चिन्ह तार्किक संयोजक आहे.

(८) विधान हे सत्यही नसते व असत्यही नसते.

(९) वर्गवाची विधानात विधेय सामान्य असते.

(१०) वैकल्पिक विधानाच्या घटकांना विकल्प म्हणतात.

### प्रश्न. ३. जोड्या जुळवा.

| 'अ' गट | 'ब' गट |
|---|---|
| १) वाक्य | अ) v |
| २) द्विवियोज्य संयोजक | ब) निषेध |
| ३) सबल विकल्प | क) संधी विधान |
| ४) $\sim (p \vee q)$ | ड) तो उंच आहे किंवा बुटका |
| ५) आणि, व, पण, परंतु, इत्यादी | इ) भौतिक अस्तित्व |

### प्र. ४ खालील विधानांसाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा सांगा.

(१) व्याकरणदृष्ट्या अर्थपूर्ण शब्दांचा समूह म्हणजे वाक्य.

(२) असे विधान की ज्यात व्यक्ती ही एखाद्या वर्गाची सदस्य असते.

(३) असे चिन्ह जे कोणत्याही विधानासाठी वापरले जाते.

(४) वैकल्पिक विधानातील घटक.

(५) विधानाची सत्यता अथवा असत्यता.

**प्र. ५. कारणे द्या.**

(१) ~ हा एकयोज्य संयोजक आहे.

(२) जेव्हा आपण सरल विधानाचा निषेध करतो तेव्हा आपल्याला मिश्र विधान मिळते.

(३) सममूल्य विधानाला द्विपक्षी व्यंजक विधान असेही म्हणतात.

(४) 'सुदेश हा डॉक्टर किंवा शिक्षक आहे.' हे दुर्बल विकल्प आहे.

(५) जेव्हा आपण चिन्हांचा वापर करतो तेव्हा त्याची अभिव्यक्ती अधिक लघु होते.

**प्र. ६. स्पष्ट करा.**

(१) तर्कशास्त्राचा मूलभूत घटक

(२) संधी विधान

(३) तार्किक संयोजक

(४) सत्यताफलनात्मक मिश्र विधान

**प्र. ७. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.**

(१) विधान आणि वाक्य यातील फरक स्पष्ट करा.

(२) सर्व विधाने वाक्य असतात परंतु सर्व वाक्ये विधाने नसतात. स्पष्ट करा.

(३) विधान अचरांच्या मर्यादा कोणत्या? उदाहरणासह स्पष्ट करा.

(४) संधी विधान केव्हा सत्य असते? केव्हा असत्य असते?

(५) सोपाधिक विधान आणि द्विपक्षी व्यंजक विधान यातील फरक स्पष्ट करा.

**प्र. ८. खालील विधानांचे कंसात दिलेल्या उचित चिन्हांच्या सहाय्याने चिन्हांकन करा आणि त्यांचा प्रकार ओळखा.**

(१) तो सर्जनशील व मेहनती आहे. (C, H)

(२) जर विद्यार्थ्याने शैक्षणिक अभ्यासक्रम पूर्ण केला तर तो पदवीधर होईल. (A, G)

(३) हे असत्य आहे की, वाहने उभी करण्यास या भागात प्रतिबंध आहे. (P)

(४) जर विराजने द्विशतक केले तर आणि तरच आपण सामना जिंकू शकू. (V, M)

(५) ही सहल सुरक्षित आणि रोमांचक दोन्हीही नाही. (S, E)

(६) असे नाही की, प्रशासनाने परवानगी दिली तर आणि तरच प्राध्यापक रजा घेऊ शकतील. (P, A)

(७) पिझ्झा आणि बर्गर यांचा मेळ योग्य आहे. (P, B)

(८) तिची वर्तणूक चांगली व विनयशील नाही. (W, H)

(९) जर हा ड्रेस महागडा नसेल तर आणि तरच मी घेऊ शकते. (D, E)

(१०) पुरणपोळी स्वादिष्ट आहे परंतु ती मधुमेहाच्या रूग्णाला चांगली नाही. (P, D)

(११) धनश्री ही बुद्धिमान संगीतकार असेल किंवा नसेल. (M)

(१२) जर रमेश हा प्रेमळ व दयाळू मनुष्य होता तर मी परग्रहावरील एक प्राणी आहे. (W, C, A)

(१३) बी. इ. एस्. टी. हे मुंबई शहराचे हृदय आहे. (M)

(१४) जर "टेड टॉक्स्" हे माहितीपूर्ण व प्रेरणादायी असेल तर लोक त्याच अणुकरण करतील. (I, N, P)

(१५) ती खूप साधी असूनही आकर्षक आहे. (S, P)

(१६) जर रस्ते ओले असतील तर पाऊस पडला असावा अथवा पाण्याचा ट्रंक सांडला असावा. (R, T, W)

(१७) तुम्हांस परवानगी शिवाय रजा घेण्यास अनुमती नसते. (L)

(१८) असे नाही की, भालचंद्र लोकप्रिय अभिनेता आहे आणि लोकप्रिय अभिनेता नाही. (S)

(१९) एकतर दृश्य गुन्ह्यांच्या तपासात मांजराचे केस किंवा कुत्र्याचे केस सापडले असावे. (C, D)

(२०) सिद्धार्थ मुखर्जी हे कर्करोगाचे वैद्य आणि २०११ च्या पूल्लीझर पारितोषिकाचे विजेते आहेत. (P, W)

(२१) हे असत्य आहे की, रणजीत चांगला गायक असेल तर तो उत्कृष्ट संगीतकार असेल. (G, M)

(२२) जर कंपनीने कामगारांची पगारवाढ केली नाही तर संघटना संपावर जाईल. (S. U)

(२३) तरूण संशोधक रिटर्ड तूरेरे यांनी 'सिंह दिवे' शोधुन आपल्या कुटुंबातील पशुधनाचा सिंह हल्ल्यापासून बचाव करण्याचा चांगला मार्ग शोधला. (E)

(२४) हिमालय हा हिमाच्छादित व भव्यदिव्य आहे. (S. M)

(२५) जर आईचे वांग्याचे झाड नष्ट झाले असेल तर हत्ती तिच्या बागेत फिरला असावा. (B, E)

(२६) जर तो आंबा असला तर आणि तरच सुजाता ते फळ खाईल. (F, M)

(२७) जर शार्क माशांना सतावले तर ते आक्रमक बनतात. (D, A)

(२८) हे सत्य आहे की, गरीबी हा माणसाचा सर्वात वाईट शत्रू आहे. (P)

(२९) विद्यार्थ्यांना अभिप्राय द्यायला आवडत नाही अथवा प्रशासनाला विद्यार्थ्यांनी अभिप्राय द्यावा असे वाटत नाही. (F, A)

(३०) जर हायड्रोलिक ॲसिड आणि सोडीअम हायड्रॉक्साइड एकत्र केले तर त्यापासून मीठ बनते. (H, S, T)

(३१) यश म्हणजे खूप पैसा अथवा प्रतिष्ठा मिळविणे नाही. (M,G)

(३२) रस्ते ओले नाहीत तर पाऊस पडलेला नव्हता. (W, R)

(३३) मांजरी या चांगल्या पाळीव प्राणी असतात व त्या ममताळू असतात. (P, A)

(३४) ओंकार खूप धावला परंतु त्याची ट्रेन चुकली. (F, T)

(३५) जर सारा डेन्मार्कमध्ये असेल तर ती युरोपमध्ये असेल आणि जर सारा युरोपमध्ये असेल तर ती डेन्मार्कमध्ये नसेल. (S. E)

(३६) मेमरीबांधा यांनी मलावियनच्या बालहक्कासंदर्भात आंतरराष्ट्रीय स्तरावर बालविवाह विरोधात काम करून लक्ष वेधलेले आहे. (M)

(३७) जेव्हा त्रिकोण समभुज असतो तेव्हा त्याचे कोन ६० अंश असतात आणि जेव्हा सर्व कोन ६० अंश असतात तेव्हा तो समभुज त्रिकोण असतो. (T, A)

(३८) जर मी उत्तीर्ण झालो तर मला पार्टी मिळेल व जर मी अनुत्तिर्ण झालो तरीही मला पार्टी मिळेल. (P, T, F)

(३९) 'स्वयंटॉक्स' हि केवळ चर्चा मालिका सत्र नसून त्याचे सादरीकरण ही एक अद्वितीय संकल्पना आहे.

(४०) लीना संगीत किंवा नृत्य शिकेल.

**कृती ११ : खालील तक्ता पूर्ण करा.**

| अनु क्र. | विधानाचा प्रकार | विधानीय संयोजक | चिन्ह |
|---|---|---|---|
| १. | | | '⊃' |
| २. | संधी विधान | | |
| ३. | | जर....तर... | |
| ४. | निषेध विधान | | |
| ५. | | | ≡ |

**प्रकरण ३**

# निर्णय पद्धती

*The concept of decision procedure is predominantly concerned with the concept of decidability.*

**हे आपणास माहीत आहे का .............**

- युक्तिवादाची वैधता ठरविण्यासाठी तर्कशास्त्र आपणास कोष्टकाद्वारे मदत करते.
- काही विधानाकार नेहमीच असत्य असतात.
- जेव्हा तुम्ही तुमच्या मित्राला विचारता, 'तुम्ही लंडनला जाल की पॅरिसला?' तेव्हा तो दोन्हींची ही निवड करू शकतो.

## ३.१ निर्णय पद्धतीची संकल्पना :

या अगोदरच्या प्रकरणात आपण विधानांचे स्वरूप व त्यांचे प्रकार आणि मूलभूत सत्यता मूल्य अभ्यासली आहेत. या प्रकरणात आपण युक्तिवादाची युक्तता ठरविण्याची पद्धती शिकणार आहोत. तर्कशास्त्रात आपण निर्णय पद्धतीचा वापर एखादे विधानाकार सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य, किंवा नैमितिकतया सत्यासत्य ठरविण्यासाठी करतो. तसेच त्याचा उपयोग एखादा युक्तिवाद युक्त आहे की अयुक्त हे तपासण्यासाठी सुद्धा होतो. एखादा सदस्य एखाद्या विशिष्ट वर्गामध्ये समाविष्ट होतो की नाही हे ठरविण्याची पद्धती म्हणजे निर्णय पद्धती होय.

निर्णय पद्धतीचे पाच प्रकार आहेत.

(१) सत्यता कोष्टक.

(२) लघुसत्यता कोष्टक.

(३) सत्यता वृक्ष.

(४) संयोगी सामान्य आकार.

(५) वियोगी सामान्य आकार.

या प्रकरणात आपण सत्यता कोष्टक पद्धतीचा निर्णय पद्धती म्हणून अभ्यास करणार आहोत.

### निर्णय पद्धतीची वैशिष्ट्ये :

निर्णय पद्धती ही परिणाम कारक पद्धती असली पाहिजे. परिणाम कारक निर्णय पद्धतीसाठी काही अटींची पूर्तता होणे आवश्यक आहे. त्या अटी खालील प्रमाणे आहेत.

**(१) विश्वासार्ह :**

निर्णय पद्धती ही विश्वासार्ह असली पाहिजे. विश्वासार्ह पद्धती म्हणजे अशी पद्धती की जिचे नियम योग्य रीतीने वापरले तर नेहमीच अचूक उत्तर मिळते.

**(२) यांत्रिकता :**

निर्णय पद्धती यांत्रिक आहे म्हणजेच विशिष्ट क्रमाने काही पायऱ्यांचे अनुसरण करुन तर्क नियमांच्या आधारे आपल्याला उत्तर मिळते. त्यात कल्पनेला व बुद्धिमत्तेला वाव नसतो.

**(३) समर्याद :**

निर्णय पद्धती मर्यादित स्वरुपाची असली पाहिजे म्हणजे या पद्धतीत पायऱ्यांची संख्या मर्यादित असावी. अंतिम पायरी अशी असावी की जिथे उत्तर मिळते.

## ३.२ सत्यता कोष्टकाचे स्वरूप :

अनेक निर्णय पद्धतीपैकी सत्यता कोष्टक ही एक निर्णय पद्धती आहे. सत्यता कोष्टक पद्धती म्हणजे तर्ककारके असणाऱ्या सत्यता फलनात्मक विधानांच्या सत्यता मूल्यांची तक्त्यामध्ये केलेली मांडणी होय.

**सत्यता कोष्टक तयार करण्याची पद्धती (सत्यता फलनात्मक विधानाकारांसाठी)**

१. सत्यता कोष्टक तयार करण्यासाठी आपल्याला प्रथम दोन स्तंभ तयार करावे लागतील. डाव्या बाजूला मार्गदर्शक स्तंभ आणि उजव्या बाजुला विधानाकार. त्याचे सत्यता कोष्टक पुढीलप्रमाणे.

उदा. $(q \vee p) \equiv [(p \cdot q) \supset p]$

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| | $(q \vee p) \equiv [(p \cdot q) \supset p]$ |

१. पहिली पायरी विधानाकार या स्तंभामध्ये विधानाकार लिहिणे ही होय.

२. दुसरी पायरी म्हणजे मार्गदर्शक स्तंभामध्ये सत्यता फलनात्मक विधानाकारात आलेली सर्व भिन्न विधान चरे लिहिणे होय.

दिलेल्या उदाहरणात दोन भिन्न विधान चरे आहेत ती म्हणजे 'p' आणि 'q' म्हणून त्यांना खाली लिहून घेऊ.

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| p q | $(q \vee p) \equiv [(p \cdot q) \supset p]$ |

३. तिसरी पायरी म्हणजे सत्यता कोष्टकात किती ओळी असतील ते निश्चित करणे. ओळींची संख्या ही विधानाकारातील विधान चरांच्या संख्येवर अवलंबून असते. ती निश्चित करण्याचे सूत्र पुढील प्रमाणे.

$2^n$ = **ओळींची संख्या**

n = विधानकारात येणाऱ्या भिन्न विधान चरांची संख्या

| विधान चरांची संख्या | | ओळींची संख्या |
|---|---|---|
| $2^1$ | 2 x 1 | 2 |
| $2^2$ | 2 x 2 | 4 |
| $2^3$ | 2 x 2 x 2 | 8 |
| $2^4$ | 2 x 2 x 2 x 2 | 16 |
| $2^5$ | 2 x 2 x 2 x 2 x 2 | 32 |

**कृती १**

$2^6$ = ______ = ______

$2^7$ = ______ = ______

(४) चौथ्या पायरीत मार्गदर्शक स्तंभ तयार करावयाचा आहे. मार्गदर्शक स्तंभ म्हणजे विधानाकार अथवा युक्तिवादाकारातील सर्व विधान चरांच्या सत्यता मूल्यांच्या शक्यता दर्शविणारा स्तंभ होय.

(अ) एका विधान चरासाठी मार्गदर्शक स्तंभ.

उदा. $(p \cdot p) \vee p$

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| p | $(p \cdot p) \vee p$ |
| T | |
| F | |

(ब) दोन विधानचरांसाठी सत्यता कोष्टक.

उदा. $(p \vee q) \supset (q \supset p)$

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| p q | $(p \vee q) \supset (q \supset p)$ |
| T T | |
| T F | |
| F T | |
| F F | |

(क) तीन विधानचरांसाठी सत्यता कोष्टक

उदा. $p \equiv (q \cdot r)$

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| p q r | $p \equiv (q \cdot r)$ |
| T T T | |
| T T F | |
| T F T | |
| T F F | |
| F T T | |
| F T F | |
| F F T | |
| F F F | |

नेहमी लक्षात ठेवा

मार्गदर्शक स्तंभात विधानिय चरे ही वर्णानुक्रमे लिहिली जातात.

उदा. $(r \lor q) \bullet r$

| मार्गदर्शक स्तंभ | | विधानाकार |
|---|---|---|
| q | r | $(r \lor q) \bullet r$ |
| T | T | |
| T | F | |
| F | T | |
| F | F | |

कृती २.१

चार (४) चरांसाठी मार्गदर्शक स्तंभ तयार करा

जसे – p, q, r, s

पाच (५) चरांसाठी मार्गदर्शक स्तंभ तयार करा

जसे – p, q, r, s, t.

कृती २.२ मार्गदर्शक स्तंभ पूर्ण करा.

कृती – १

| r | $(r \supset r) \lor (r \bullet r)$ |
|---|---|
| | |

कृती – २

| q ☐ | $(t \bullet q) \equiv (q \lor t)$ |
|---|---|
| | |

कृती – ३

| ☐ ☐ | $(p \lor s) \equiv (p \supset s)$ |
|---|---|

कृती – ४

| ☐ ☐ ☐ ☐ | $(r \supset s) \bullet (p \equiv t)$ |
|---|---|

| मार्गदर्शकस्तंभ | | विधानाकार |
|---|---|---|
| p | q | $(q \lor p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$ |
| T | T | |
| T | F | |
| F | T | |
| F | F | |

(५) आता आपण सत्यता कोष्टक तयार करू. या विधानाकारामध्ये दोन भिन्न विधान चरे आहेत ते म्हणजे p आणि q. जेथे जेथे या विधानाकारात p येतो तेथे आपण मागदर्शक स्तंभात p च्या खाली लिहिलेली सत्यता मूल्ये लिहावीत. व जेथे जेथे q येतो तेथे देखील मार्गदर्शक स्तंभात q च्या खाली लिहिलेली सत्यता मूल्ये लिहावीत. p आणि q या विधानचरांसाठी सत्यता मूल्ये निश्चित केल्यानंतर सत्यता कोष्टक खालील प्रमाणे असेल.

| मार्गदर्शक स्तंभ | | विधानाकार | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| p | q | $(q \lor p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$ | | | | |
| T | T | T | T | T | T | T |
| T | F | F | T | T | F | T |
| F | T | T | F | F | T | F |
| F | F | F | F | F | F | F |

(६) मागील प्रकरणात आपण मिश्र (संयुक्त) विधानांची मूलभूत सत्यता मूल्ये अभ्यासली आहेत. त्याचप्रमाणे आपण विधानाकाराची सत्यता मूल्ये निश्चित करू.

उदा. – $(q \lor p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

❖ या उदाहरणात ≡ हे मुख्य तर्ककारक (संयोजक) आहे.

$(q \lor p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

❖ प्रथम आपण सत्यता फलनात्मक विधानकाराच्या डाव्या बाजूला घटक विधानाचे सत्यता मूल्य शोधू म्हणजेच q आणि p मधील विकल्प ते खालील प्रमाणे.

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| P q | (q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p] |
| T T | T **T** T T T T |
| T F | F **T** T T F T |
| F T | T **T** F F T F |
| F F | F **F** F F F F |

❖ नंतर आपण सत्यता फलात्मक विधानाकाराच्या उजव्या बाजूच्या घटक विधानाचे सत्यता मूल्य निश्चित करु. म्हणजे 'p' आणि 'q' मधील संधीचे सत्यता मूल्ये. ते पुढीलप्रमाणे.

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| P q | (q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p] |
| T T | T **T** T T T T T |
| T F | F **T** T T F F T |
| F T | T **T** F F F T F |
| F F | F **F** F F **F** F F |

❖ आता आपण संधी विधान p • q आणि उजव्या बाजूचे विधान चर p या मधील सोपाधिक विधानाचे सत्यता मूल्ये निश्चित करु.

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| P q | (q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p] |
| T T | T **T** T T T T **T** T |
| T F | F **T** T T F F **T** T |
| F T | T **T** F F F T **T** F |
| F F | F **F** F F F F **T** F |

❖ अंतिमतः आपण (q ∨ p) आणि [(p • q) ⊃ p] यामधील सममूल्य विधान जे मुख्य तर्ककारक आहे त्याची सत्यता मूल्ये निश्चित करुया. म्हणजे आपल्याला सत्यता फलनात्मक विधानाकाराच्या सर्व शक्यतेखालील सत्यता मूल्ये मिळतील. आपल्याला डाव्या बाजूच्या कंसातील विकल्प आणि उजव्या बाजूच्या कंसातील सोपाधिक विधान याचाही विचार करावा लागेल. या दोघांचेही मूल्य घेऊन सममूल्य तर्ककारकाची मूल्ये निश्चित करु.

अशा पद्धतीने अंतिम सत्यता कोष्टक पुढीलप्रमाणे तयार होईल.

| मार्गदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| p q | (q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p] |
| T T | T **T** T **T** T T T **T** T |
| T F | F **T** T **T** T F F **T** T |
| F T | T **T** F **T** F F T **T** F |
| F F | F **F** F **F** F F F **T** F |

हे सत्यता कोष्टक असे दर्शविते की मुख्य तर्ककारकाच्या खाली केवळ एका शक्यतेमध्ये म्हणजे चौथ्या ओळीत सत्यता फलनात्मक विधानाकार असत्य **F** आहे. उर्वरीत शक्यते खाली तो सत्य **T** आहे.

❖ आता आपण अधिक उदाहरणाद्वारे सत्यता कोष्टक समजून घेऊ.

उदा – २. (~ r • ~ p) ⊃ (r ∨ ~ p)

| मागदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| p r | (~ r • ~ p) ⊃ (r ∨ ~ p) |
| T T | F T **F** F T **T** T **T** F T |
| T F | T F **F** F T **T** F **F** F T |
| F T | F T **F** T F **T** T **T** T F |
| F F | T F **T** T F **T** F **T** T F |

**उदा. ३** ~ (t ∨ q) • ~ (~ t • ~ q)

| मागदर्शक स्तंभ | विधानाकार |
|---|---|
| q t | ~ ( t ∨ q) • ~ (~ t • ~ q) |
| T T | F T T T **F** T F T F F T |
| T F | F F T T **F** T T F F F T |
| F T | F T T F **F** T F T F T F |
| F F | T F F F **F** F T F T T F |

**कृती ३**

खालील कोष्टक पूर्ण करा.

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| q | (q ⊃ ~ q) • ~ q |
| T | ☐ F ☐ ☐ F ☐ T |
| F | F ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ |

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| p s t | t ≡ (p ∨ s) |
| T T T | ☐ ☐ T T ☐ |
| T T F | ☐ F ☐ ☐ ☐ |
| T F T | T ☐ ☐ ☐ ☐ |
| T F F | ☐ ☐ T ☐ ☐ |
| F T T | ☐ ☐ F ☐ ☐ |
| F T F | F ☐ ☐ T T |
| F F T | ☐ ☐ ☐ ☐ F |
| F F F | ☐ T ☐ ☐ ☐ |

**सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्यासत्य संकल्पना :**

सत्यता फलनात्मक विधानाकाराचे वर्गीकरण प्रामुख्याने तीन प्रकारात केले जाते. ते म्हणजे सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमितिकतया सत्यासत्य.

### (१) सर्वत: सत्य (Tautology)

**जो सत्यताफलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच सत्य असतो त्या विधानाकारास सर्वत: सत्य म्हटले जाते.** याचाच अर्थ सत्यता कोष्टकातील मुख्य तर्ककारकाखाली सर्व ओळी मध्ये सत्य हे सत्यता मूल्य असले पाहिजे. सर्वत: सत्य या विधानाकाराची सर्व प्रतिन्यस्त उदाहरणे सत्य असतात.

**उदा.** (p • ~ p) ⊃ ~ p

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| p | (p • ~ p) ⊃ ~ p |
| T | T F F T **T** F T |
| F | F F T F **T** T F |

वरील विधनकारातील मुख्य तर्ककारकाच्या खाली 'T' हे सत्यता मूल्य आले आहे. म्हणून दिलेला विधानाकार हा सर्वत: सत्य स्वरूपाचा आहे.

### (२) सर्वत: असत्य (Contradiction)

**"जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकारांच्या सत्य, असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच असत्य असतो त्या विधानाकारास सर्वत: असत्य असे म्हणतात."** याचाच अर्थ सत्यता कोष्टकातील मुख्य तर्ककारक खालील सर्व ओळींमध्ये सर्व शक्यतांमध्ये असत्य हे सत्यता मूल्य आले पाहिजे. सर्वत: असत्य या विधानाकाराची सर्व प्रतिन्यस्त उदाहरणे असत्य असतात.

**उदा.** (p ≡ ~ p) • ( ~ p ⊃ p )

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यता फलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| P | (p ≡ ~ p) • ( ~ p ⊃ p) |
| T | T F F T **F** F T T T |
| F | F F T F **F** T F F F |

या विधानाकारातील मुख्य तर्ककारकाखाली असत्य 'F' ही सत्यतामूल्य आली आहेत. म्हणून दिलेला विधानाकार हा सर्वत: असत्य स्वरूपाचा आहे.

### (३) नैमित्तिकतया सत्य–असत्य (Contingency)

**जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य–असत्यतेच्या काही शक्यतांमध्ये 'सत्य' व काही शक्यतांमध्ये 'असत्य' असतो त्या विधानाकारास नैमित्तिकतया सत्य–असत्य म्हटले जाते.**

याचाच अर्थ सत्यता कोष्टकातील मुख्य तर्ककारका खालील ओळींमध्ये काही 'सत्य' मूल्ये तर काही 'असत्य' मुल्ये आलेली असतात. नैमित्तिकतया सत्य–असत्य ह्या विधानाकाराची काही प्रतिन्यस्त उदाहरणे नैमित्तिकतया सत्य–असत्य असतात.

उदा : (p • ~ p) ≡ ( p ⊃ ~ p)

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| P | (p • ~ p) ≡ (p ⊃ ~ p) |
| T | T F F T **T** T F F T |
| F | F F T F **F** F T T F |

या सत्यता फलनात्मक विधानाकारातील मुख्य तर्ककारकाखाली काही 'सत्य' तर काही 'असत्य' मूल्ये आलेली असल्यामुळे हा विधानाकार नैमित्तिकतया सत्य–असत्य आहे.

**सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्य–असत्य विधानाकारातील संबंध:**

(१) सर्वत: सत्य विधानाकाराचा निषेध केला तर सर्वत: असत्य विधानाकार मिळतो.

उदा : सत्यता फलनात्मक विधानाकार –

'(p • p) ⊃ p' हा सर्वत: सत्य आहे तर त्याचा निषेध ~ [(p • p) ⊃ p] हा सर्वत: असत्य आहे.

(२) जर सर्वत: असत्य विधानाकाराचा निषेध केला तर सर्वत: सत्य विधानाकार मिळतो.

उदा : '(p • ~ p)' हा सर्वत: असत्य विधानाकार आहे तर त्याचा निषेध ~ (p • ~ p) हा सर्वतः सत्य विधानशकार आहे.

(३) जर नैमित्तिकतया सत्य–असत्य विधानकाराचा निषेध केला तर नैमित्तिकतया सत्य–असत्य विधानाकार मिळतो.

उदा : (~p •q) हा नैमित्तिकतया सत्यासत्य विधानाकार आहे तर त्याचा निषेध ~ (~p •q) हा देखिल नैमित्तिकतया सत्यासत्य विधानाकार आहे.

आता आपण सत्यता कोष्टकाच्या आधारे सत्यता फलनात्मक विधानाकाराचे स्वरूप सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्य–असत्य यापैकी कोणते आहे ते ठरवू.

उदा. १. ~ [p • (p ∨ ~ p) ] ⊃ (p ⊃ p)

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| p | ~ [p • (p ∨ ~ p) ] ⊃ (p ⊃ p) |
| T | F T T T T F T **T** T T T |
| F | T F F F T T F **T** F T F |

उदा. २. (p ⊃ q) ∨ r

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| p q r | (p ⊃ q) ∨ r |
| T T T | T T T **T** T |
| T T F | T T T **T** F |
| T F T | T F F **T** T |
| T F F | T F F **F** F |
| F T T | F T T **T** T |
| F T F | F T T **T** F |
| F F T | F T F **T** T |
| F F F | F T F **T** F |

उदा. ३. ~ (q ∨ p) • ~ (~ q • ~ p)

| मागदर्शक स्तंभ | सत्यताफलनात्मक विधानाकार |
|---|---|
| p q | ~ (q ∨ p) • ~ (~ q • ~ p) |
| T T | **F** T T T **F** T F T F F T |
| T F | **F** F T T **F** T T F F F T |
| F T | **F** T T F **F** T F T F T F |
| F F | **T** F F F **F** F T F T T F |

**कृती ४**

वरील विधानाकार हे सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य किंवा नैमित्तिकतया सत्य-असत्य आहेत की नाहीत ते सकारण सांगा.

**कृती ५**

खालील विधानाकार सत्यता कोष्टक पद्धतीच्या सहाय्याने सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य की नैमित्तिकतया सत्य-असत्य आहेत ते ठरवा.

1. (~ q ⊃ ~ p) ≡ (p ⊃ q)
2. p ∨ (q • r)
3. (~p • p) ∨ p

## ३.३ युक्तिवादांसाठी सत्यता कोष्टक एक निर्णय पद्धती

युक्तिवाद हा विधानांचा समूह असतो. एका युक्तिवादात सरल आणि सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने समाविष्ट असतात.

आता आपण सत्यता कोष्टक पद्धतीचा सहाय्याने युक्तिवाद वैध आहे की अवैध याचे परीक्षण करू.

**उदा.**

अमिता ही बुद्धिमान व धैर्यवान आहे.

अमिता ही बुद्धिमान आहे.

अमिता ही धैर्यवान आहे.

म्हणून अमिता एक तर बुद्धिमान आहे किंवा धैर्यवान आहे. (I, C)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन

(1) I • C

(2) I

(3) C

∴ I V C

❖ आता आपण वरील सांकेतिक युक्तिवादाचे युक्तिवादाकारात रूपांतर करू.

(1) p • q

(2) p

(3) q

∴ p ∨ q

❖ आता आपण दिलेल्या युक्तिवादाकारासाठी सत्यता कोष्टक तयार करू, मार्गदर्शक स्तंभ, आधार विधाने आणि निष्कर्ष विधान यांची एका ओळीत मांडणी खालील प्रमाणे

| मार्गदर्शक स्तंभ | आधार वि. १ | आधार वि. २ | आधार वि. ३ | निष्कर्ष विधान |
|---|---|---|---|---|
| p q | p • q | p | q | p ∨q |

❖ दिलेल्या युक्तिवादाकारासाठी मार्गदर्शक स्तंभ तयार करून खाली सत्यता मूल्य देऊया.

| मार्गदर्शक स्तंभ p q | आधार वि. १ p • q | आधार वि. २ P | आधार वि. ३ q | निष्कर्ष विधान p ∨ q |
|---|---|---|---|---|
| T T | T T | T | T | T T |
| T F | T F | T | F | T F |
| F T | F T | F | T | F T |
| F F | F F | F | F | F F |

❖ आधार विधाने आणि निष्कर्ष विधान यांची सत्यता मूल्ये विधानांच्या सत्यता मूल्यांच्या अटींचा वापर करुन स्वतंत्रपणे निश्चित करु.

| मार्गदर्शक स्तंभ p q | आधार वि. १ p • q | आधार वि. २ P | आधार वि. ३ q | निष्कर्ष विधान p ∨ q |
|---|---|---|---|---|
| T T | T **T** T | **T** | **T** | T **T** T |
| T F | T **F** F | **T** | **F** | T **T** F |
| F T | F **F** T | **F** | **T** | F **T** T |
| F F | F **F** F | **F** | **F** | F **F** F |

प्रत्येक आधार विधान व निष्कर्ष विधानातील मुख्य तर्ककारकाचे मूल्ये स्तंभमध्ये ठळकपणे दर्शवू.

❖ पुढची पायरी ही वैध युक्तिवादाची युक्तता ठरविणे ही आहे. पहिल्या प्रकरणामध्ये आपण नैगमनिक युक्तिवाद च्या संदर्भात हे अभ्यासले की, जर सर्व आधार विधाने सत्य असतील तर त्याचा निष्कर्ष देखील सत्य असतो तो असत्य असू शकत नाही.

त्याचप्रमाणे दिलेला युक्तिवाद युक्त आहे हे निश्चित करण्यासाठी सर्वप्रथम कोणत्या ओळीमध्ये आधार विधाने सत्य आहेत हे पाहिले पाहिजे. त्या सर्व ओळींमध्ये निष्कर्ष हा सत्य असेल तर तो युक्तिवादाकार वैध ठरतो. परंतु एकाही ओळीमध्ये जिथे सर्व आधार विधाने सत्य आहेत तिथे निष्कर्ष विधान असत्य असेल तर तो युक्तिवाद अवैध ठरतो.

आपणास त्याच ओळी निवडण्याची गरज आहे ज्यात आधार विधाने सत्य आहेत. प्रस्तुत उदाहरणामध्ये फक्त पहिल्या ओळीत सर्व तिन्ही आधार विधाने सत्य आहेत आणि निष्कर्ष विधान सुद्धा सत्य आहे. म्हणून तो युक्तिवादाकार वैध आहे. म्हणून प्रस्तुत उदाहरणातील जे युक्तिवादाकाराचे प्रतिन्यस्त उदाहरण सुद्धा वैध आहे.

**आता आपण काही युक्तिवादांची वैधता ठरवू :**

१ स्थूल अर्थशास्त्र आणि सूक्ष्म अर्थशास्त्र या अर्थशास्त्राच्या दोन उपशाखा आहेत.

स्थूल अर्थशास्त्र ही अर्थशास्त्राची उपशाखा आहे.

म्हणून सूक्ष्म अर्थशास्त्र ही अर्थशास्त्राची उपशाखा नाही. (M, I)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन :

(1) M • I

(2) M

(3) ~ I

❖ युक्तिवादाकार :

(1) p • q

(2) p

∴ ~ q

| मार्गदर्शक स्तंभ | आधार वि. १ | आधार वि. २ | निष्कर्ष विधान |
|---|---|---|---|
| p q | p • q | P | ~ q |
| T T | T **T** T | **T** | **F** T |
| T F | T **F** F | **T** | **T** F |
| F T | F **F** T | **F** | **F** T |
| F F | F **F** F | **F** | **T** F |

पहिल्या क्र. च्या ओळीतील सर्व आधार विधाने केवळ सत्य आहेत पण निष्कर्ष असत्य आहे. दिलेला युक्तिवादाकाराचे प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे म्हणून युक्तिवाद अवैध आहे.

(२) एकतर नैनिताल शहर आहे किंवा ते थंड हवेचे ठिकाण आहे.

नैनिताल शहर नाही.

∴ थंड हवेचे ठिकाण आहे.(C, H)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन

(1) C ∨ H

(2) ~ C

∴ H

❖ युक्तिवादाकार

(1) p ∨ q

(2) ~ p

∴ q

| मार्गदर्शक स्तंभ | आधार वि. १ | आधार वि. २ | निष्कर्ष विधान |
|---|---|---|---|
| p q | p ∨ q | ~ P | q |
| T T | T **T** T | **F** T | **T** |
| T F | T **T** F | **F** T | **F** |
| F T | F **T** T | **T** F | **T** |
| F F | F **F** F | **T** F | **F** |

फक्त तिसऱ्या ओळीतील सर्व आधार विधाने सत्य आहेत ज्यामधील निष्कर्ष देखील सत्य आहे. म्हणून युक्तिवादाकार वैध आहे. दिलेला युक्तिवाद हा युक्तिवादाकाराचे सर्व प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे म्हणून वरील युक्तिवाद वैध आहे.

(३) जर मोबाईलगेम व्यक्तिमत्व विकासासाठी किंवा ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी उपयुक्त आहे तर ते नोकरी मिळविण्यासाठी उपयुक्त आहे.

– मोबाईलगेम व्यक्तिमत्त्व विकास करत नाही आणि ज्ञान मिळविण्यासाठी मदत करत नाही. म्हणून मोबाईलगेम नोकरी मिळविण्यासाठी उपयोगाचे नाही. (P, K, J)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन

(1) (P ∨ K) ⊃ J

(2) ~ P • ~ K

∴ ~ J

❖ युक्तिवादाकार

(1) (p ∨ q) ⊃ r

(2) p • ~ q

∴ ~ r

| मार्गदर्शक स्तंभ<br>p q r | आधार वि. १<br>(p ∨ q) ⊃ r | आधार वि. २<br>~ p • ~ q | निष्कर्ष विधान<br>~ r |
|---|---|---|---|
| T T T | T T T **T** T | F T **F** F T | **F** T |
| T T F | T T T **F** F | F T **F** F T | **T** F |
| T F T | T T F **T** T | F T **F** T F | **F** T |
| T F F | T T F **T** F | F T **F** T F | **T** F |
| F T T | F T T **T** T | T F **F** F T | **F** T |
| F T F | F T T **F** F | T F **F** F T | **T** F |
| F F T | F F F **T** T | T F **T** T F | **F** T |
| F F F | F F F **T** F | T F **T** T F | **T** F |

कोष्टकाच्या सातव्या व आठव्या ओळीतील आधार विधाने सत्य आहेत तसेच निष्कर्षाच्या आठव्या ओळीतील मूल्ये ही सत्य आहे परंतु निष्कर्षाच्या सातव्या ओळीतील निष्कर्ष हा असत्य आहे. म्हणून दिलेला युक्तिवादाकार हा अवैध आहे. दिलेला युक्तिवाद हा अवैध आहे. म्हणून दिलेल्या युक्तिवादाचे प्रतिन्यस्त उदाहरण देखील अवैध आहे.

(४) डॉ. कृष्णन हे शिक्षक आणि तत्वज्ञ होते.

जर कृष्णन हे राजकारणी नाहीत. मग ते तत्त्वज्ञही नाहीत.

∴ डॉ. कृष्णन हे राजकारणी नाहीत. (T, P, O)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन –

(1) T • P

(2) ~ O ⊃ ~ P

∴ ~ O

❖ युक्तिवादाकार

(1) p • q

(2) ~ r ⊃ ~ q

∴ ~ r

| मार्गदर्शक स्तंभ<br>p q r | आधार वि – १<br>p • q | आधार वि – २<br>~ r ⊃ ~ q | निष्कर्ष विभाग<br>~ r |
|---|---|---|---|
| T T T | T **T** T | F T **T** F T | **F** T |
| T T F | T **T** T | T F **F** F T | **T** F |
| T F T | T **F** F | F T **T** T F | **F** T |
| T F F | T **F** F | T F **T** T F | **T** F |
| F T T | F **F** T | F T **T** F T | **F** T |
| F T F | F **F** T | T F **F** FT | **T** F |
| F F T | F **F** F | F T **T** T F | **F** T |
| F F F | F **F** F | T F **T** T F | **T** F |

पहिल्या ओळीतील सर्व आधार विधाने सत्य आहेत आणि निष्कर्ष असत्य आहे. म्हणून दिलेला युक्तिवादाकार अवैध आहे. दिलेला युक्तिवाद हा वरील युक्तिवादाचे प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे म्हणून वरील युक्तिवाद हा अवैध आहे.

**कृति ६**

सत्यता कोष्टक पद्धतीच्या आधारे खालील युक्तिवाद वैध आहेत की अवैध ते ठरवा.

(१) जर परीक्षा वेळेवर घेतल्या गेल्या तर निकालाला उशीर होणार नाही.
परीक्षा वेळेवर झाल्या नाहीत हे सत्य नाही.
म्हणून निकालाला उशीर होणार नाही. (E, R)

(२) जर कामगार संपावर गेले तर उत्पादन मंदावेल.
एकतर कामगार संपावर जाणार नाहीत किंवा उत्पादन मंदावणार नाही,
उत्पादन मंदावणार नाही.
म्हणून कामगार संपावर जाणार नाहीत. (W, P)

(३) जर हितेक्षा ने भरपुर अभ्यास केला तर तिची आई आनंदित होईल, आणि ती खेळात भाग घेईल तर तिच्या मैत्रिणी आनंदीत होतील.
एक तर ती खूप अभ्यास करेल किंवा ती खेळात भाग घेईल.
म्हणून एकतर तिची आई आनंदित होईल किंवा तिच्या मैत्रिणी आनंदित होणार नाहीत. (S, M, G, F)

## ३.४ सत्यता कोष्टक : एक निर्णय पद्धती.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही एक अशी परिणामकारक पद्धती आहे की जिच्या सहाय्याने एखादा विधानाकार सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य किंवा नैमित्तिकतया सत्य-असत्य यापैकी कोणता आहे हे ठरविता येते आणि एखादा युक्तिवाद वैध आहे की अवैध ते ठरविता येते.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही परिणामकारक निर्णय पद्धतीच्या सर्व अटींची पूर्तता करते जसे विश्वासार्ह, यांत्रिक आणि समर्याद. सत्यता कोष्टक पद्धती **विश्वासार्ह** आहे. ती नेहमी अचूक उत्तर मिळवून देते. विधानाचे मूलभूत सत्यता मूल्य, मार्गदर्शक स्तंभासाठी दिलेले निर्देश आणि सत्यता मूल्यांच्या ओळींचा क्रम इत्यादी बाबींचे पालन केल्यास ही पद्धती अयशस्वी होत नाही.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही **यांत्रिक** आहे. ती टप्प्याटप्प्याने यांत्रिकपणे करता येते त्यासाठी कुशाग्र बुद्धिमत्ता वा तरल कल्पनाशक्ती किंवा अमूर्त तत्त्वांची गरज उत्तर तयार करण्यासाठी नसते.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही **अमर्याद** आहे. ती मर्यादित पायऱ्यांमध्ये मांडली जाते. ज्यातून शेवटच्या पायरीद्वारे उत्तर मिळते.

## सारांश

- एखादा सदस्य एखाद्या वर्गात समाविष्ट होतो की नाही हे ठरविण्याची पद्धती म्हणजे निर्णय पद्धती होय.
- सत्यता कोष्टक ही सत्यता फलनात्मक विधानांचे मूल्ये ठरविण्यासाठी तक्यात केलेली मांडणी होय.
- सत्यता कोष्टक पद्धती ही निर्णय पद्धती आहे ज्याच्या सहायाने एखाद्या विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य यापैकी कोणता आहे हे ठरविता येते.
- सत्यता कोष्टक युक्तिवादाची वैधता व अवैधता तपासते.
- सत्यता कोष्टक पद्धती ही परिणामकारक पद्धती आहे जी विश्वासार्ह, यांत्रिक आणि टप्प्याटप्प्यांची प्रक्रिया आहे.

## स्वाध्याय

**प्र. १. कंसात दिलेले योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.**

(१) ………… हा सत्यता फलनात्मक विधानांना सत्यता मूल्य देण्याचा सारणीबद्ध मार्ग आहे. (सत्यता कोष्टक, सत्यता वृक्ष)

(२) सर्वतः सत्य हा असा सत्यता फलनात्मक विधानाकार आहे की जो त्याच्या घटक विधानांच्या सर्व शक्यतांमध्ये ………… असतो.
(सत्य, असत्य)

(३) सर्वतः असत्य हा असा सत्यता फलनात्मक विभानाकार आहे की जो त्याच्या घटक विधानांच्या सर्व शक्यतांमध्ये ………… असतो.
(सत्य, असत्य)

(४) ………… हा असा सत्यता फलनात्मक विधानाकार आहे कि जो त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य - असत्यतेच्या काही सत्य व काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो.
(सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य)

(५) सर्वतः सत्य विधानाचा निषेध केल्यास ………… विधान मिळते.
(नैमित्तिकतया सत्य-असत्य, सर्वतः असत्य)

(६) सर्वतः असत्य विधानाचा निषेध केल्यास ………… विधान मिळते. (सर्वतः सत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य)

(७) नैमित्तिकतया सत्य-असत्य विधानाचा निषेध केल्यास ………… विधान मिळते. (सर्वतः सत्य, नैमित्तिकतया सत्यासत्य)

(८) $p \vee \sim p$ हे ………… आहे.
(सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य)

(९) $\sim (p \bullet \sim p)$ हे ………… आहे. (सर्वतः सत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य)

(१०) $p \bullet \sim p$ हे ………… आहे. (नैमित्तिकतया सत्य-असत्य, सर्वतः असत्य)

(११) सत्यता कोष्टक पद्धती ही युक्तिवादाची ………… सिद्ध करण्यासाठी वापरली जाते. (वैधता, विश्वासार्हता)

(१२) $\sim (p \vee \sim p)$ हे ………… आहे. (सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य)

(१३) $p \vee q$ हे ………… आहे. (नैमित्तिकतया सत्य-असत्य, सर्वतः असत्य)

**प्र.२. खालील विधाने सत्य आहेत की असत्य ते ठरवा.**

(१) निर्णय पद्धती अनेक आहेत.

(२) सत्यता कोष्टक पद्धती एक प्रभावी निर्णय पद्धती आहे.

(३) सत्यता कोष्टक पद्धती ही यांत्रिक आहे.

(४) जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य, असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच सत्य असतो त्यास सर्वतः असत्य म्हटले जाते.

(५) जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य – असत्यतेच्या काही शक्यतांमध्ये सत्य व काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो त्यास नैमित्तिकतया सत्यासत्य असे म्हणतात.

(६) जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य – असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये सत्य असतो त्यास सर्वतः सत्य म्हटले जाते.

(७) सत्यता कोष्टक पद्धतीसाठी बुद्धिमत्तेची गरज आहे.

(८) सत्यता कोष्टक पद्धतीत मार्गदर्शक स्तंभ डाव्या बाजूला लिहिला जातो.

(९) विधानाकारामध्ये विधानिय चरे असतात.

१०) सत्यता कोष्टक पद्धतीचा वापर युक्तीवादाची वैधता तपासण्यासाठी होऊ शकतो.

**प्र. ३.जोड्या जुळवा :**

| | 'अ' गट | | 'ब' गट |
|---|---|---|---|
| १) | सर्वत: सत्य | अ) | नेहमी असत्य |
| २) | निर्णय पद्धती | ब) | काही वेळा सत्य आणि काही वेळा असत्य |
| ३) | सर्वत: असत्य | क) | सत्यता कोष्टक |
| ४) | नैमित्तिकतया सत्यासत्य | ड) | नेहमी सत्य |

**प्र. ४.खालील विधानांसाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा लिहा.**

१. एखादा सदस्य एखाद्या विशिष्ट वर्गात समाविष्ट होतो की नाही हे ठरविणारी पद्धती.

२. तर्ककारके असणाऱ्या सत्यता फलनात्मक विधानांचे सत्यता मूल्ये ठरविण्याचा सारणीबद्ध मार्ग.

३. विधानाकार अथवा युक्तिवादाकारातील सर्व विधान चरांच्या सत्यता मूल्यांच्या शक्यता दर्शविणारा स्तंभ.

४. जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकाराच्या सत्य असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच सत्य असतो.

५. जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकाराच्या सत्य, असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच असत्य असतो.

६. जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकाराच्या सत्य असत्यतेच्या काही सत्य व काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो.

**प्र. ५.कारणे द्या.**

१. सत्यता कोष्टक ही परिणामकारक निर्णय पद्धती आहे.

२. सर्वतः सत्य विधानाचा निषेध केल्यास सर्वतः असत्य विधान मिळते.

३. सर्वतः असत्य विधानाचा निषेध केल्यास सर्वतः सत्य विधान मिळते.

४. नैमित्तिकतया सत्य-असत्य विधानाचा निषेध केल्यास नैमित्तिकतया सत्य-असत्य विधान मिळते.

**प्र. ६.खालील संकल्पना स्पष्ट करा.**

१. निर्णय पद्धती

२. सर्वत: सत्य

३. सर्वत: असत्य

४. नैमित्तिकतया सत्य-असत्य

५. सत्यता कोष्टक पदधती एक परिणामकारक निर्णय पद्धती.

**प्र. ७. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.**

१. निर्णय पद्धती म्हणजे काय? परिणाम कारक निर्णय पद्धतीच्या अटी कोणत्या?

२. विधानाकार आणि युक्तिवादाकारातील फरक लिहा.

३. सत्यता कोष्टक म्हणजे काय? तो कसा तयार करावा ?

४. सर्वतः सत्य आणि सर्वतः असत्य यातील फरक.

५. सत्यता कोष्टकात ओळींची संख्या कशी निश्चित करावी.

६. सर्वतः असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्य-असत्या यातील फरक.

७. सत्यता कोष्टक पद्धतीला यांत्रिक का म्हणावे?

८. सर्वतः सत्य आणि नैमित्तिकतया सत्यासत्य यातील फरक.

**प्र. ८. सत्यता कोष्टकाच्या आधारे खालील विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य किंवा नैमित्तिक आहेत ते ठरवा.**

१. $p \bullet \sim p$

२. $p \supset (q \supset p)$

३. $p \vee (r \bullet p)$

४. $(r \vee q) \equiv r$

५. $(\sim t \bullet q) \supset (q \supset t)$

६. $(p \supset \sim p) \bullet (\sim p \supset q)$

७. $p \supset (p \vee r)$

८. $\sim q \supset (q \bullet q)$

९. $(t \supset t) \bullet (t \supset \sim t)$

१०. $[(p \supset s) \bullet p] \supset s$

११. $[q \vee (p \bullet \sim q)] \equiv [\sim p \bullet (q \vee p)]$

१२. $(p \supset t) \bullet \sim (\sim p \vee p)$

१३. $(\sim p \bullet p) \supset [(s \vee \sim p) \bullet (\sim s \vee \sim p)]$

१४. $(p \bullet p) \vee \sim p$

१५. $\sim \{ \sim p \supset [(p \bullet q) \vee p ] \}$

१६. $\sim (p \vee q) \bullet \sim ( \sim p \bullet \sim q)$

१७. $[(p \bullet (q \bullet r)] \equiv [(p \bullet q) \bullet r]$

१८. $[(p \vee q) \bullet \sim p] \supset q$

१९. $( t \equiv \sim q) \supset (\sim q \supset t)$

२०. $[ p \supset ( r \bullet q)] \equiv [(p \supset q) \bullet (p \supset r )]$

**प्र. ९. सत्यता कोष्टकाच्या सहाय्याने खालील युक्तिवादांची वैधता तपासा.**

(१) $\sim M \supset N$
$\sim N$
$\therefore M \bullet N$

(२) $(P \vee Q) \bullet p$
$\therefore P$

(३) $P \supset (Q \bullet R)$
$\sim Q \vee \sim R$
$\therefore \sim P$

(४) $Q \supset p$
$\sim P$
$\therefore Q$

(५) $(P \bullet Q) \supset R$
$\sim R$
$\therefore Q$

(६) $(\sim P \vee Q) \supset P$
$P \supset R$
$\therefore (P \supset Q) \supset R$

(७) $\sim Q \vee P$
$\therefore P \supset Q$

(८) $(P \equiv Q) \supset R$

$R$

$\therefore \sim P \vee Q$

(९) $\sim Q \equiv S$

$P \equiv Q$

$\therefore Q \vee \sim P$

(१०) $\sim (A \bullet B)$

$\sim B$

$\therefore A$

(११) $J \vee K$

$\sim J$

$\therefore \sim K$

(१२) $M \supset \sim B$

$\sim B \vee M$

$\therefore B \bullet M$

(१३) $\sim E \bullet M$

$\sim (M \equiv E)$

$\therefore \sim M$

(१४) $C \supset F$

$\sim F \bullet C$

$\therefore \sim C$

(१५) $G \equiv W$

$\sim W$

$\sim G$

$\therefore W \supset G$

**प्र. १०.खालील युक्तिवादांची वैधता तपासा.**

१. एक तर जर्मन शिस्तप्रिय असतात किंवा प्रगतिशील. जर्मन शिस्तप्रिय आहेत. म्हणून ते प्रगतिशील नाहीत. (D, P)

२. नितीन शंकर हे नाद (लय) निर्माण करतात. म्हणून हे असत्य आहे की नितिन शंकर हे लय (नाद) निर्माण करतात आणि गायक आहेत. (R, S)

३. जर पिकासो हे ईटालियन कलाकार नाहीत. पण अन्वेषक आहेत. पिकासो हे अन्वेषक नाहीत. म्हणून पिकासो हे एकतर ईटालियन कलाकार आहेत किंवा नर्तक. (A, E, D)

४. असे प्रकरण नाही की कालांश हे गंभीर आणि विनोदी आहेत. कालांश हे विनोदी आहेत. म्हणून ते गंभीर नाहीत. (S, H)

५. असे नाही की स्पर्श ने जर गणिताची निवड केली तर तो इतिहास स्विकारणार नाही. स्पर्श ने इतिहास निवडला नाही. म्हणून तो गणित निवडेल
परंतु इतिहास निवडणार नाही. (M, H)

६. दुर्वांश हॉलीबॉल खेळतो. म्हणून दुर्वांश हॉलीबॉल खेळेल पण फुटबॉल नाही. (V, F)

७. जर माणूस जास्त जेवत राहिला, (खात राहिला) तर एकतर मधुमेह वाढेल किंवा हृदयरोग निर्माण होईल. काही माणसांना मधुमेह आणि हृदयरोग दोन्ही असतो. म्हणून काही माणसे जास्त खातात. (जेवतात) (O, D, H)

८. जर झोयकडे प्रबळ इच्छाशक्ति असेल तर ती अनेक गोष्टी मिळविल. 'झोय' कडे प्रबळ इच्छाशक्ति आहे. म्हणून ती अनेक गोष्टी मिळविल.

९. रिद्धी एक तर टॅक्सी घेइल किंवा बस. जर तिने टॅक्सी घेतली, तर ती वेळेवर येईल. ती वेळेवर आली नाही. म्हणून रिद्धीने बस घेतली असेल. (T, B, M)

१०. जर कुटुंब नियोजन कार्यक्रम प्रभावी झाला तर लोकसंख्या वाढ नियंत्रणात येईल. कुटुंब नियोजन कार्यक्रम प्रभावी झाला नाही. म्हणून लोकसंख्यावाढ नियंत्रणात नाही. (F, P)

११. जर हेत हा फलंदाज असेल, तर स्मित हा गोलंदाज असेल. स्मित हा गोलंदाज नाही. म्हणून हेत हा फलंदाज आहे. (B, O)

१२. एकतर पुस्तके आवडीची असतात किंवा माहिती देणारी जर पुस्तके माहिती देणारी असतील तर ती ज्ञान वाढवितात. म्हणून, जर पुस्तके आवडीची नसतील तर ती एखाद्याचे ज्ञान वाढवतील.

(I, F, K )

१३. एकतर भाग्य किंवा धैर्य यशस्वितेसाठी आवश्यक असते. त्याच्याकडे धैर्य नाही. म्हणून त्याच्याकडे भाग्य आहे. (L, C)

१४. जर पाउस पडला तर चांगली पिके येतील. चांगली पिके आलेली आहेत. म्हणून पाउस पडलेला असेल. (R, C)

१५. जर 'मन' सरकारी नोकर असेल, तर तो जनसेवक समजला जातो. 'मन' हा सरकारी नोकर नाही. म्हणून तो जनसेवक नाही. (G, P)

१६. जर श्रुतीचे भाऊ तिची कामे करतील तर आणि तरच श्रुती भावांवर प्रेम करेल. जर विनायक आणि वैभव श्रुतीचे भाऊ आहेत तर ते तिची कामे करतात. म्हणून श्रुती तिच्या भावांवर प्रेम करते.

(S, W, K, B)

**प्र. ११. खालील कोष्टक पूर्ण करा.**

| डावीकडील घटक | उजवीकडील घटक | संधी • | विकल्प ∨ | व्यंजन अश्वनाल ⊃ | सममुल्य ≡ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | | | | T |
| T | F | F | | | |
| F | T | | T | | |
| F | F | | | T | |

❖ ❖ ❖

# प्रकरण ४ नैगमनिक पद्धती

*For as one may feel sure that a chain will hold when he is assured that each separate link is of good material and that it clasps the two neighbouring links, viz: the one preceding and the one following it, so we may be sure of the accuracy of the reasoning when the matter is good, that is to say, when nothing doubtful enters into it and when the form consists in perpetual concatenation of truths which allows no gap - Gottfried Leibniz*

## ४.१ नैगमनिक सिद्धता

तर्कशास्त्राचा मुख्य हेतू योग्य आणि अयोग्य तर्क यातील फरक करणे हा आहे. तर्कशास्त्रातील काही मूलभूत समस्यांपैकी एक समस्या म्हणजे एखादा युक्तिवाद हा वैध आहे की नाही हे ठरविणे होय. तर्कशास्त्राचे दुसरे महत्त्वाचे कार्य म्हणजे एखादा विधानकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्यासत्य असेल हे शोधणे होय. यासाठी तर्कशास्त्रज्ञांना वेगवेगळ्या पद्धतीचा अवलंब करावा लागतो. ह्या पद्धती दोन प्रकारच्या आहेत. १) निर्णय पद्धती २) अनिर्णय पद्धती.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही एक निर्णय पद्धती आहे. हे आपण पाहिलेच आहे. तर नैगमनिक सिद्धता पद्धती एक महत्त्वाची पद्धती आहे. नैगमनिक सिद्धता पद्धती ही निर्णय पद्धती नाही. कारण परिणामकारक निर्णय पद्धतीच्या अटीची पूर्तता ही पद्धत करीत नाही. नैगमनिक सिद्धता पद्धती ही विश्वासार्ह, मर्यादित परंतु यांत्रिक पद्धती नाही. कारण या पद्धतीचा उपयोग करण्यासाठी बुद्धिमत्तेची आवश्यकता आहे. नैगमनिक सिद्धतेचा उपयोग युक्तिवादाची वैधता सिद्ध करण्यासाठी केला जातो. परंतु निर्णय पद्धती प्रमाणे युक्तिवाद वैध की अवैध याचा निर्णय पद्धती प्रमाणे युक्तिवाद वैध कि अवैध याचा निर्णय घेण्यासाठी केला जात नाही. तसेच एखादा विधानाकार सर्वतः सत्य सिद्ध करण्यासाठी या पद्धतीचा उपयोग होतो. परंतु या पद्धतीचा उपयोग एखादा विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्यासत्य याचा निर्णय घेण्यासाठी केला जात नाही.

नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत दिलेल्या युक्तिवादातील निष्कर्ष आधारविधानातून युक्त मूलभूत नियमांच्या आधारे निगमनित केला जातो. हे मूलभूत युक्तिवाद युक्त असतात. हे युक्त युक्तिवादाकारांचे प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे. या युक्त मूलभूत युक्तिवादाकारांना अनुमानाचे नियम म्हणतात.

नैगमनिक सिद्धता पदधतीचा वापर फक्त नैगमनिक युक्तिवादांची सिद्धता देण्यासाठी केला जातो.

युक्त नैगमनिक युक्तिवादात निष्कर्ष हा या आधार विधानांचा तार्किक परिणाम असतो. म्हणजेच युक्त नैगमनिक युक्तिवादात आधारविधाने निष्कर्षाला व्यंजित करतात.

जेव्हा आधारविधानातून मूलभूत युक्त युक्तिवादाच्या आधारे निष्कर्ष निगमनित केला जातो. तेव्हा युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध होते.

जेव्हा युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्यासाठी नैगमनिक सिद्धता पद्धतीच्या आधारे जी सिद्धता दिली जाते तिला युक्ततेची आकारिक सिद्धता असे म्हणतात.

नैगमनिक सिद्धतेचे तीन प्रकार आहेत.

१) प्रत्यक्ष सिद्धता २) सोपाधिक सिद्धता ३) अप्रत्यक्ष सिद्धता

या प्रकरणात आपण प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीचा अभ्यास करणार आहोत. प्रत्यक्ष सिद्धतेचा उपयोग केवळ युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्यासाठी होतो. मात्र सोपाधिक सिद्धता आणि अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीचा उपयोग युक्तिवादाची युक्तता व सर्वतः सत्य विधानाची सत्यता सिद्ध करण्यासाठी होतो.

## ४.२ प्रत्यक्ष सिद्धता :

प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत युक्त मूलभूत नियमाच्या आधारे निष्कर्ष विधान आधारविधानापासून थेटपणे निगमनित केले जाते. या पद्धतीत कोणत्याही गृहीतकांचा वापर न करता निष्कर्ष निगमनित केला जातो. म्हणून या पद्धतीस प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती म्हटले जाते.

युक्तिवादाच्या आकारिक सिद्धतेच्या मांडणीत पुढील पायऱ्यांचा समावेश असतो.

१) दिलेल्या युक्तिवादातील सर्व आधार विधाने एकाखाली एक लिहून त्यांना क्रमांक द्यावेत.

२) शेवटच्या अधारविधानापुढे तिरपी रेष (/) काढून त्यापुढे ∴ हे चिन्ह लिहून मग निष्कर्ष लिहावा. म्हणजे युक्तिवाद पुढील प्रमाणे लिहावा :

१) आधार विधान

२) आधार विधान

३) आधार विधान /∴ निष्कर्ष विधान

३) अनुमानाचे नियम तसेच प्रतिनिवेशनाचा नियम / स्थानांतरता नियम यांचा योग्य वापर करून आधार विधानापासून निष्कर्ष निगमनित केला जातो. अर्थात निष्कर्षाप्रत पोहचण्याआधी नियमाच्या आधारे आणखी काही विधाने आधारविधानापासून निगमनित केली जातात. ही निगमनित विधाने पुढील सिद्धतेसाठी अधिकची आधार विधाने म्हणून स्विकारली जातात. ही विधाने जशी निगमनित होतील तसे क्रमांक दिले जातात आणि या विधानाचे समर्थन त्याच्या उजव्या बाजूस लिहीले जाते. या विधानापुढे ती विधाने ज्या नियमाच्या आधारे आणि ज्या आधार विधानावरून निगमनित केली आहेत. तो नियम व त्या आधार विधानाचे क्रमांक लिहीले जातात. सिद्धतेमध्ये एका वेळी एकाच नियमाचा वापर करावा.

४) एकदा निष्कर्ष नियमनित झाला की युक्तिवादाची सिद्धता पूर्ण होते आणि युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध होते.

## ४.३ अनुमानाचे नियम आणि प्रतिनिवेशनाचा नियम / स्थानांतराचा नियम :

नैगमनिक सिद्धताद्वारे युक्तिवादाची आकारिक सिद्धतेची मांडणी करताना १९ नियम वापरले जातात. हे १९ नियम दोन प्रकारचे आहेत.

या नियमाचे दोन गटात वर्गीकरण केले जाते.

१) अनुमानाचे नियम हे एकूण नऊ नियम आहेत.

२) प्रतिनिवेशनाचा नियम हे एकूण दहा नियम आहेत.

या दोन्ही गटातील नियमांचे स्वरूप वेगवेगळे आहे.

प्रथम आपण अनुमानाच्या नियमाचे स्वरूप आणि त्यांचे उपयोजन समजावून घेऊ. अनुमानाचे नऊ नियम म्हणजे युक्तिवादाचे युक्त आकार आहेत. अशा युक्त युक्तिवादाकाराचे प्रतिन्यस्त युक्तिवाद देखील युक्त असतो. या अनुमानाच्या युक्त आकारांच्या मदतीने आपण आधारविधानापासून निष्कर्ष निगमनित करू शकतो आणि हे दाखवून देता येते की निष्कर्ष हा आधार विधानांचा तार्किक परिणाम आहे.

**येथे ध्यानात घ्यावे की, हे नियम विधानाच्या एखाद्या भागाला लागू होत नसून पूर्ण विधानाला लागू होतात.**

अनुमानाचे नऊ नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

### (१) विधायक विधी (Modus Ponens) :

हा नियम सोपाधिक विधानाच्या स्वरूपावर आधारित आहे. सोपाधिक विधानात पूर्वांग उत्तरांगाला व्यंजित करते. याचाच अर्थ जर सोपाधिक विधान सत्य असेल आणि त्यांचे पूर्वांगही सत्य असेल तर त्याचे उत्तरांगही सत्यच असले पाहिजे. उत्तरांग असत्य असूच शकत नाही. या विधानाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \supset q$

$p$

∴ $q$

**उदाहरणार्थ :** जर तुम्ही तर्कशास्त्राचा अभ्यास केला तर तुमचे तार्किक कौशल्य सुधारते.

तुम्ही तर्कशास्त्राचा अभ्यास केला.

∴ तुमचे तार्किक कौशल्य सुधारते.

(२) जर विद्यार्थी हुशार असेल तर तो पास होईल.

विद्यार्थी हुशार आहे.

∴ तो पास होईल.

**नियमाचे उपयोजन :**

जर युक्तिवादात एक आधारविधान सोपाधिक विधान असेल आणि ज्याचे पूर्वांग दुसरे आधारविधान असेल तर विधायक विधीच्या नियम वापरून त्याचे उत्तरांग वैधपणे निगमित करू शकतो.

(१) B ⊃ M

(२) B

(३) M ⊃ A / ∴ A

(४) M १, २, वि. वि. M.P.

(५) A ३, ४, वि. वि. M.P.

हे करून बघा.

(१) M ⊃ R

(२) M

(३) R ⊃ S

(४) S ⊃ T / ∴ T

(५) ________ १, २, वि. वि. (M.P.)

(६) S ________

(७) ________ ४, ६ वि. वि. (M.P.)

### (२) निषेधक विधी (Modus Tollens) :

हा नियम देखील सोपाधिक विधानाच्या स्वरूपावर आधारीत आहे. जेव्हा सोपाधिक विधानाचे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असते. तेव्हाच सोपाधिक विधान असत्य असते. म्हणूनच सोपाधिक विधान सत्य असेल आणि त्याचे उत्तरांग असत्य असेल तर त्याचे पूर्वांगही असत्यच असते. या विधानाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

p ⊃ q

~ q

∴ ~ p

**उदारणार्थ :** जर करणने मेहनत केली तर त्याला शिष्यवृत्ती मिळेल.

करणला शिष्यवृत्ती मिळाली नाही.

∴ करणने मेहनत केली नाही.

#### नियमाचे उपयोजन :

जर एखाद्या युक्तिवादात सोपाधिक विधान आधार विधान म्हणून दिलेला असेल आणि त्याच विधानाच्या उत्तरांगाचा निषेध दिलेला असेल तर अशा दोन आधार विधानापासून त्याच सोपाधिक विधानाच्या पूर्वांगाचा निषेध निगमनित करता येतो.

**उदारणार्थ –**

(१) M ⊃ ~ T

(२) S ⊃ T

(३) M / ∴ ~ S

(४) ~ T १, ३ वि. वि. (M.P.)

(५) ~ S २, ४ नि. वि. (M.T.)

हे करून बघा.

(१) R ⊃ T

(२) ~ T

(३) ~ R ⊃ K / ∴ K

(४) ________ १, २, नि. वि. (M.T.)

(५) K ________

### (३) लक्षितता शृंखला (Hypothetical Syllogism):

या नियमासाठी आपल्याला अशा दोन सोपाधिक विधानांची गरज असते की ज्याच्यातील एका सोपाधिक विधानाचे उत्तरांग हे दुसऱ्या सोपाधिक विधानाचे पूर्वांग असेल अशा परिस्थितीत या नियमानुसार अशा दोन विधानावरून आपण अजून एक सोपाधिक विधान निगमित करू शकतो. ज्याचे पूर्वांग पहिल्या सोपाधिक विधानाचे पूर्वांग तर ज्यांचे उत्तरांग दुसऱ्या सोपाधिक विधानाचे उत्तरांग असते.

या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

p ⊃ q

q ⊃ r

∴ p ⊃ r

**उदारणार्थ :**

जर पाऊस पडला तर पिके चांगली येतील.

जर पिके चांगली आली तर शेतकरी आनंदी होतील.

∴ जर पाऊस चांगला पडला तर शेतकरी आनंदी होतील.

#### नियमाचे उपयोजन :

(१) A ⊃ S

(२) ~ R ⊃ K

(३) S ⊃ ~R / ∴ A ⊃ K

(४) A ⊃ ~ R १, ३, ल. शृ. (H.S.)

(५) A ⊃ K ४, २, ल. शृ. (H.S.)

हे करून बघा.

(१) K ⊃ R
(२) S ⊃ K
(३) R ⊃ M  / ∴ S ⊃ M
(४) S ⊃ R  ________
(५) ________  ४, ३, ल. शृ. H.S.

## (४) वैकल्पिक संवाक्य (Disjunctive Syllogism):

या नियमानुसार जर विकल्प विधान दिले असेल आणि त्याचे पहिले घटक विधान नाकारले किंवा ते असत्य असेल तर दुसरे घटक विधान सत्य असते आणि ते निष्पादित करता येते. हा नियम विकल्प विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. विकल्प विधान सत्य असते याचाच अर्थ त्याचे किमान एक तरी घटक विधान सत्य असते. या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

p ∨ q
~ p
∴ q

**उदारणार्थ :**

एक तर निलराज गिटार किंवा पियानो वाजविण्यास शिकेल.

निलराज गिटार वाजविण्यास शिकला नाही.

∴ निलराज पियानो वाजवण्यास शिकेल.

**नियमाचे उपयोजन :**

(१) T ⊃ B
(२) ~ B
(३) T ∨ R  / ∴ R
(४) ~ T  १, २, नि. वि. (M.T.)
(५) R  ३, ४, वै. सं. (D.S.)

हे करून बघा.

(१) R ⊃ T
(२) ~ T
(३) R ∨ ~ S  / ∴ ~ S
(४) ________  १, २, नि. वि. (M.T.)
(५) ~ S  ________

## (५) विधायक उभयापत्ती (Constructive Dilemma) :

या नियमाचे उपयोजन करण्यासाठी दोन आधारविधानांची गरज असते. त्यातील एक आधारविधान संधी विधान असून दोन सोपाधिक विधाने या संधीने जोडलेली असतात. दुसरे आधारविधान विकल्प विधान असून त्याचे विकल्प म्हणजे पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांची पूर्वांगे असतात. या दोन आधारविधानांवरून आपल्याला विकल्प विधान निष्कर्ष म्हणून मिळतो की ज्याचे दोन्ही विकल्प हे पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांची उत्तरांगे असतात. या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

(p ⊃ q) • (r ⊃ s)
p ∨ r
∴ q ∨ s

**उदारणार्थ :**

जर तुम्ही व्यायाम केला तर तुम्ही निरोगी बनाल आणि जर तुम्ही फास्टफुड खात असाल तर तुम्ही आजारी पडू शकता.

तुम्ही व्यायाम करा किंवा तुम्ही फास्टफुड खा.

∴ तुम्ही निरोगी बनाल किंवा तुम्ही आजारी पडाल.

**नियमाचे उपयोजन**

(१) A ⊃ (J ∨ K)
(२) A
(३) (J ⊃ R) · (K ⊃ T)  / ∴ R ∨ T
(४) J ∨ K  १, २, वि. वि. M.P.
(५) R ∨ T  ३, ४, वि. उ. C.D.

हे करून बघा.

(१) (A ⊃ B) · (R ⊃ S)
(२) M ⊃ (A ∨ R)
(३) M
(४) ~ B  / ∴ S
(५) A ∨ R  ________
(६) ________  १, ५, वि. उ. C.D.
(७) S  ________

### (६) निषेधक उभयापत्ती (Destructive Dilemma):

या नियमासाठीही दोन अशा विधानांची गरज आहे की, ज्यातील एक आधारविधान संधी विधान असून त्या संधीने दोन सोपाधिक विधाने जोडली आहेत आणि दुसरे आधारविधान विकल्प विधान असून त्यांच्या विकल्पात (घटकविधानांत) पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांच्या उत्तरांगांचा निषेध केलेला असतो. या दोन आधारविधानावरून आपल्याला विकल्प विधान निष्कर्ष म्हणून मिळते की ज्याचे दोन्ही विकल्प हे पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांच्या पूर्वांगांचे निषेध असतात. निषेधक उभयापतीचा आकार पुढीलप्रमाणे

(p ⊃ q) · (r ⊃ s)
~ q ∨ ~ s
∴ ~ p ∨ ~ r

**उदारणार्थ :**

जर तुम्ही सौर ऊर्जेचा वापर केला तर प्रदूषण कमी होईल आणि जर तुम्ही कचरा कुंडीचा वापर केला तर तुम्ही शहर स्वच्छ ठेवू शकाल.

एकतर प्रदुषण कमी होणार नाही किंवा तुम्ही शहर स्वच्छ ठेऊ शकणार नाहीत.

∴ एकतर तुम्ही सौर ऊर्जेचा वापर करीत नाही किंवा तुम्ही कचरा कुंडीचा वापर करीत नाही.

**नियमाचे उपयोजन**

| | | |
|---|---|---|
| (१) | A | |
| (२) | A ⊃ ~ P | |
| (३) | P ∨ (~ S ∨ ~ R) | |
| (४) | (T ⊃ S) · (B ⊃ R) | / ∴ ~ T ∨ ~ B |
| (५) | ~ P | २, १, वि. वि. (M.P.) |
| (६) | ~ S ∨ ~ R | ३, ५, वै. सं. (D.S.) |
| (७) | ~ T ∨ ~ B | ४, ६, नि. वि. (D.D.) |

**हे करून बघा.**

| | | |
|---|---|---|
| (१) | M ⊃ ~ R | |
| (२) | R ∨ (~ S ∨ ~ T) | |
| (३) | M | |
| (४) | (J ⊃ S) · (K ⊃ T) | |
| (५) | ~ ~ J | / ∴ ~ K |
| (६) | ~ R | ________ |
| (७) | ________ | २, ६, वै. सं. (D.S.) |
| (८) | ~ J ∨ ~ K | ________ |
| (९) | ~ K | ________ |

### (७) सरलीकरण (Simplification) :

या नियमानुसार जर संधी विधान हे युक्तिवादातील एक आधारविधान असेल तर त्याचे पहिले घटक विधान आपण निगमनित करू शकतो. म्हणुनच हा नियम संधी विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. संधी विधान तेव्हाच सत्य असते. जेव्हा त्याची दोन्ही घटक विधाने सत्य असतात. या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

p • q

∴ p

**उदारणार्थ :**

इशिता योगाचा सराव करते आणि तिचे शरीर लवचीक आहे.

∴ इशिता योगाचा सराव करते.

**नियमाचे उपयोजन**

| | | |
|---|---|---|
| (१) | (M ⊃ N) · (R ⊃ S) | |
| (२) | (M ∨ R) · D | / ∴ N ∨ S |
| (३) | M ∨ R | २, सरलीकरण(Simp.) |
| (४) | N ∨ S | १, ३, वि. उ. (C.D.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim\sim M \cdot A$ | |
| (२) | $\sim M \vee \sim S$ | |
| (३) | $(A \supset S) \cdot (P \supset T)$ | $/ \therefore \sim A$ |
| (४) | $\sim\sim M$ | ________ |
| (५) | ________ | २, ४, वै. सं. D.S. |
| (६) | ________ | ३, सरलीकरण Simp. |
| (७) | $\sim A$ | ________ |

## (८) संधी सयोगीकरण (Conjunction) :

हा नियम देखील संधी विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. या नियमानुसार जर दोन विधाने स्वतंत्रपणे सत्य असतील तर तयार होणारे संधीविधानही सत्य असते. यामुळे दोन स्वतंत्र विधानापासून त्याचे संधी विधान निष्पादीत करता येते. या विधानाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p$

$q$

$/ \therefore \quad p \cdot q$

**उदारणार्थ :** राधिकेला वाचनाची आवड आहे.

ती कविता करते.

∴ राधिकेला वाचनाची आवड आहे आणि ती कविता करते.

### नियमाचा वापर / उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $F \vee T$ | |
| (२) | $A \supset K$ | |
| (३) | $A$ | |
| (४) | $\sim F$ | $/ \therefore T \cdot K$ |
| (५) | $K$ | २, ३, वि. वि. (M.P.) |
| (६) | $T$ | १, ४, वै. सं. (D.S.) |
| (७) | $T \cdot K$ | ६, ५, संधी (Conj.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $S \supset T$ | |
| (२) | $A \supset B$ | |
| (३) | $S \vee A$ | |
| (४) | $M$ | $/ \therefore (T \vee B) \cdot M$ |
| (५) | ________ | १, २, संधी (Conj.) |
| (६) | $T \vee B$ | ________ |
| (७) | ________ | ६, ४, संधी (Conj.) |

## (९) वृद्धीकरण (Addition) :

हा नियम विकल्प विधानाच्या स्वरूपावर आधारीत आहे. अशाप्रकारचे अनुमान युक्त असते कारण वैकल्पिक विधान सत्य असते जेव्हा वैकल्पिक विधानाचे एक तरी घटक विधान सत्य असते म्हणून जर p सत्य असेल तर त्याचा विकल्प असणाऱ्या दुसऱ्या कोणत्याही विधानाचे मूल्य सत्य वा असत्य यापैकी काहीही असले तरी ते विधान सत्य असते. या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$p$

$\therefore \quad p \vee q$

**उदारणार्थ :**

तेजस फुटबॉल खेळतो.

∴ तेजस फुटबॉल खेळतो किंवा रोहन हॉकी खेळतो.

### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $S$ | |
| (२) | $(S \cdot T) \supset A$ | |
| (३) | $T$ | $/ \therefore A \vee K$ |
| (४) | $S \cdot T$ | १, ३, संधी Conj. |
| (५) | $A$ | २, ४, वि. वि. M.P. |
| (६) | $A \vee K$ | ५, वृद्धी Add. |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $A$ | |
| (२) | $(A \vee S) \supset \sim T$ | |
| (३) | $T \vee \sim M$ | $/ \therefore \sim M \vee \sim S$ |
| (४) | $A \vee S$ | ________ |
| (५) | ________ | २, ४ वि. वि. M.P. |
| (६) | $\sim M$ | ________ |
| (७) | $\sim M \vee \sim S$ | ________ |

## प्रतिनिवेशनाचा / स्थानांतरणाचा नियम : (THE RULE OF REPLACEMENT) :

अनुमानाचे नऊ नियम सर्वच सत्यताफलनात्मक युक्तिवादांची युक्तता सिद्ध करण्यास पुरेसे नसतात.

**उदारणार्थ :** $A \cdot D \; / \therefore D$ या युक्तिवादाची युक्तता केवळ अनुमानाच्या नियमाच्या आधारे देता येत नाही.

म्हणूनच या नऊ नियमांच्या व्यतिरिक्त प्रतिनिवेशनाच्या नियमांचाही स्वीकार केला गेला आहे. या नियमाला प्रतिनिवेशाचे तत्त्व असेही म्हटले जाते. हा नियम या तथ्यावर आधारीत आहे की जर एखादे मिश्र विधान त्याच्या तार्किक सममूल्य अशा आविष्कृत विधानाने बदलले गेले तर बदललेल्या विधानाचे सत्यता मूल्य मूळच्या विधानाप्रमाणेच राहाते.

जेव्हा आपण प्रतिनिवेशनाचा नियम अनुमानाच्या नियमांबरोबर स्वीकारतो. तेव्हा या नियमांच्या आधारे दिलेल्या कोणत्याही विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आपण निगमनित करू शकतो. या नियमाचा वापर आपण संपूर्ण विधानावर किंवा विधानाच्या काही भागासाठीही करू शकतो. हा नियम आपल्याला सममूल्य विधान देत असल्याने त्याचा वापर दुविमार्गी होतो. म्हणजेच डाव्या बाजूवरून उजवी बाजू आणि उजव्या बाजूवरून डावी बाजू आपण स्थानांतरित करू शकतो. प्रतिनिवेश नियमाचे दहा प्रकार आहेत. त्यामुळे अनुमानाचे नऊ नियम व प्रतिनिवेशन नियमांचे दहा प्रकार असे एकूण एकोणिस नियम आपल्याला मिळतात.

प्रतिनिवेशनाच्या नियमाचे प्रकार पुढीलप्रमाणे आहेत.

### (१०) डी. मॉर्गनचा नियम (De Morgan's Laws) :

डी मॉर्गनचे नियम पुढीलप्रमाणे

$\sim (p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

$\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$

डी. मॉर्गनचा पहिला नियम संधी विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. निदान एक घटक विधान असत्य असेल तर संधी विधान असत्य असते. डी. मॉर्गनच्या ह्या नियमानुसार $\sim (p \cdot q)$ हे संधीविधानाचा निषेध म्हणजेच एकतर p असत्य आहे. $(\sim p)$ किंवा q असत्य आहे, $(\sim q)$ असे म्हणण्यासारखे आहे.

**उदाहरणार्थ :** हे सत्य नाही की नीरज मेहनती आहे आणि आळशी आहे. हे विधान एकतर नीरज मेहनती नाही किंवा नीरज आळशी नाही. या विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आहे.

दुसरा नियम विकल्प विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. जेव्हा विकल्प विधानाचे दोन्ही विकल्प असत्य असतात. तेव्हा विकल्पविधान असत्य असते. डी. मॉर्गनच्या या नियमानुसार वैकल्पिक विधानाचा निषेध $\sim (p \vee q)$ म्हणजेच त्याचा पहिला विकल्प 'p' असत्य $(\sim p)$ आहे आणि दुसराही विकल्प 'q' असत्य $(\sim q)$ आहे असे म्हणण्यासारखेच आहे.

**उदाहरणार्थ :** हे असत्य आहे की प्लॅस्टिकच्या पिशव्या एकतर पर्यावरण पूरक स्वरुपाच्या आहेत किंवा विघटनक्षम आहेत. हे विधान प्लॅस्टिकच्या पिशव्या पर्यावरण पूरक स्वरुपाच्या नाहीत आणि विघटनक्षमही नाहीत. या विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आहे.

#### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim (A \vee M)$ | |
| (२) | $\sim (S \cdot T)$ | |
| (३) | $A \vee J$ | |
| (४) | $\sim \sim S$ | / $\therefore \sim T \cdot J$ |
| (५) | $\sim A \cdot \sim M$ | १, डी. मॉर्गन (De M.) |
| (६) | $\sim S \vee \sim T$ | २, डी. मॉर्गन (De M.) |
| (७) | $\sim T$ | ६, ४, वै. सं. (D.S.) |
| (८) | $\sim A$ | ५, सरलीकरण (Simp.) |
| (९) | $J$ | ३, ८, वै. सं. (D.S.) |
| (१०) | $\sim T \cdot J$ | ७, ९, संधी (Conj.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $S \supset T$ | |
| (२) | $\sim (T \vee K)$ | |
| (३) | $S \vee M$ | / $\therefore M \vee \sim R$ |
| (४) | ________ | २, डी. मॉर्गन (De M.) |
| (५) | $\sim T$ | ________ |
| (६) | $\sim S$ | ________ |
| (७) | ________ | ३, ६, वै. सं. (D.S.) |
| (८) | $M \vee \sim R$ | ________ |

### (११) क्रमपरिवर्तन (Commutation) :

क्रमपरिवर्तनाचे नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

$(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

क्रमपरिवर्तन म्हणजे घटकविधानांचे स्थान बदलणे. पहिला नियम संधी विधानाबाबत आहे. या नियमानुसार

(p · q) हे विधान (q · p) या विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आहे. घटकविधानांचे स्थान बदलले तरी विधानाचे सत्यता मूल्य तेच राहते. त्यामुळेच आपण घटकविधानांच्या स्थानाचे परिवर्तन करू शकतो.

**उदाहरणार्थ** : मला तर्कशास्त्र आणि तत्त्वज्ञान यांचा अभ्यास करायला आवडते हे विधान.

मला तत्त्वज्ञान आणि तर्कशास्त्राचा अभ्यास करायला आवडते. या विधानाशी तार्किकदृष्ट्या सममूल्य आहे.

दुसरा नियम विकल्प विधानाबाबत आहे. या नियमानुसार आपण विकल्प विधानाच्या विकल्पांचे स्थान बदलू शकतो आणि तसे केल्याने विधानाच्या असत्यता मूल्यात फरक पडत नाही.

**उदारणार्थ** : 'मी कापडी पिशव्या किंवा कागदाच्या पिशव्या वापरेन.' हे विधान तार्किकदृष्ट्या मी कागदी पिशव्या किंवा कापडी पिशव्या वापरेन या विधानाशी सममूल्य आहे.

### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | ~ (A ∨ K) | |
| (२) | T · K | / ∴ K · ~ K |
| (३) | ~ A · ~ K | १, डी. मॉर्गन (De M.) |
| (४) | ~ K · ~ A | ३, क्रमपरिवर्तन (Comm.) |
| (५) | K · T | २, क्रमपरिवर्तन (Comm) |
| (६) | ~ K | ४, सरलीकरण (Simp.) |
| (७) | K | ५, सरलीकरण (Simp.) |
| (८) | K · ~ K | ७, ६, संधी (Conj.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | ~ S · T | |
| (२) | (T ⊃ R) · (A ⊃ B) | |
| (३) | A | / ∴ R · B |
| (४) | ________ | १, क्रमपरिवर्तन(Com.) |
| (५) | T | ________ |
| (६) | T ⊃ R | ________ |
| (७) | ________ | ६, ५, वि. वि. (M.P.) |
| (८) | ________ | २, क्रमपरिवर्तन (Com.) |
| (९) | A ⊃ B | ________ |
| (१०) | ________ | ९, ३ वि. वि. (M.P.) |
| (११) | R · B | ________ |

### (१२) सहसंबंध (Association) :

सहसंबंधाचे नियम पुढीलप्रमाणे आहेत.

[p · (q · r)] ≡ [(p · q) · r]

[p ∨ (q ∨ r)] ≡ [(p ∨ q) ∨ r]

या नियमानुसार जर संधी विधानात आणि विकल्पविधानात तीन घटक विधाने एकमेकांना एकाच तर्ककारकाने जोडलेली असतील (म्हणजेच एक तर संधीने वा विकल्पाने) तर त्याच्या कसाही गट केला तरी त्यांच्या सत्यता मूल्यात फरक पडत नाही.

**उदाहरणार्थ** : 'ऋतुजा ही सुंदर आहे आणि (मेहनती व यशस्वी) मुलगी आहे.' म्हणजेच असे म्हणता येईल की, '(ऋतुजा ही सुंदर आणि मेहनती) आणि यशस्वी मुलगी आहे.'

'श्रेयस बर्गर खाईल किंवा (सॅन्डविच किंवा पिझ्झा खाईल.)' म्हणजेच असे म्हणता येईल की, '(श्रेयस बर्गर किंवा सॅन्डविच) किंवा पिझ्झा खाईल.'

### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | (S · B) · T | |
| (२) | A ∨ (K ∨ T) | |
| (३) | ~ T | / ∴ S · (A ∨ K) |
| (४) | S · (B · T) | १, सहसंबंध (Assoc.) |
| (५) | S | ४, सरलीकरण (Simp) |
| (६) | (A ∨ K) ∨ T | २, सहसंबंध (Assoc.) |
| (७) | T ∨ (A ∨ K) | ६, क्रमपरिवर्तन (Com) |
| (८) | A ∨ K | ७, ३, वै. सं. (D.S.) |
| (९) | S · (A ∨ K) | ५, ८, संधी (Conj) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | P ∨ (Q ∨ M) | |
| (२) | ~ (P ∨ Q) | |
| (३) | S · (R · A) | / ∴ A · M |
| (४) | ________ | १, सहसंबंध (Assoc.) |
| (५) | M | ________ |
| (६) | (S · R) · A | ________ |
| (७) | ________ | ६, क्रमपरिवर्तन (Com.) |
| (८) | A | ________ |
| (९) | A · M | ________ |

### (१३) वितरण (Distribution) :

वितरणाचे नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

$[p \cdot (q \vee r)] \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot r)]$

$[p \vee (q \cdot r)] \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$

पहिल्या नियमात संधीचे वितरण विकल्पाने झाले आहे. जर एखादे विधान विकल्प विधानाशी संधीने जोडलेले असेल तर असेही म्हणता येते की ते विधान विकल्प विधानातील पहिल्या विकल्पाशी संधीने जोडले किंवा दुसऱ्या विकल्पानी संधीने जोडले जाते.

हे विधान वितरणाच्या नियमानुसार खालील दोन विधाने सममूल्य आहे.

**उदाहरणार्थ :** अनुजा ही कलाकार आहे आणि ती गायिका किंवा नर्तिका आहे.

अनुजा ही कलाकार आहे आणि गायिका आहे किंवा अनुजा कलाकार आणि नर्तिका आहे. या विधानाशी तार्किकदृष्ट्या सममूल्य आहे.

दुसऱ्या नियमात विकल्पाचे वितरण संधीने झाले आहे, जर एखादे विधान संधी विधानाशी विकल्पाने जोडलेले असेल तर असेही म्हणता येते की, ते विधान संधी विधानातील पहिल्या विकल्पाशी जोडले किंवा दुसऱ्या विकल्पाशी जोडले जाते.

**उदाहरणार्थ :** एकतर विकास क्रिकेट खेळतो किंवा तो गातो आणि पेंटींग करतो. तार्किकददृष्ट्या हे विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे.

एकतर विकास क्रिकेट खेळतो किंवा गातो आणि एकतर विकास क्रिकेट खेळतो किंवा पेंटींग करतो.

#### नियमाचे उपयोग

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim(S \cdot A)$ | |
| (२) | $S \cdot (A \vee B)$ | |
| (३) | $K \vee (P \cdot D)$ | $/ \therefore (S \cdot B) \cdot (K \vee D)$ |
| (४) | $(S \cdot A) \vee (S \cdot B)$ | २, वितरण Dist. |
| (५) | $S \cdot B$ | ४, १, वै. सं. (D. S.) |
| (६) | $(K \vee P) \cdot (K \vee D)$ | १, वितरण (Dist.) |
| (७) | $(K \vee D) \cdot (K \vee P)$ | ६, क्रमपरिवर्तन (Com.) |
| (८) | $K \vee D$ | ७, सरलीकरण (Simp.) |
| (९) | $(S \cdot B) \cdot (K \vee D)$ | ५, ८, संधी (Conj.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $P \vee (R \cdot S)$ | |
| (२) | $\sim R$ | |
| (३) | $\sim(P \vee M)$ | $/ \therefore \sim M \cdot P$ |
| (४) | ________ | १, वितरण (Dist.) |
| (५) | $P \vee R$ | ________ |
| (६) | ________ | ५, क्रमपरिवर्तन (Com.) |
| (७) | P | ________ |
| (८) | ________ | ३, डी. मॉर्गन (DeM.) |
| (९) | $\sim M \cdot \sim P$ | ________ |
| (१०) | ________ | ९, सरलीकरण (Simp.) |
| (११) | $\sim M \cdot P$ | ________ |

### (१४) द्विवार निषेध (Double Negation) :

या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \equiv \sim\sim p$

हा नियम हे सांगतो की कोणतेही विधान त्याच्या निषेधाच्या निषेधाशी सममूल्य असते.

**उदाहरणार्थ :** असे म्हणता येईल की, 'जागतिक तापमान वाढ ही संकट आहे.' हे विधान तर्कशास्त्रीयदृष्ट्या खालील विधानाशी सममूल्य आहे 'असे नाही की जागतिक तापमान वाढ हे संकट नाही.'

#### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim R \vee (S \vee B)$ | |
| (२) | R | |
| (३) | $\sim S$ | $/ \therefore \sim\sim B$ |
| (४) | $\sim\sim R$ | २, द्विवार निषेध (D. N.) |
| (५) | $S \vee B$ | १, ४, वै. सं. (D. S.) |
| (६) | B | ५, ३, वै. सं. (D. S.) |
| (७) | $\sim\sim B$ | ६, द्विवार निषेध (D. N.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim A \supset B$ | |
| (२) | $\sim B$ | |
| (३) | $\sim(\sim M \vee R)$ | $/ \therefore A \cdot M$ |
| (४) | ________ | १, २, नि. वि. M. T. |
| (५) | A | ________ |
| (६) | ________ | ३, डी. मॉर्गन DeM. |
| (७) | ________ | ६, द्विवार निषेध D.N. |
| (८) | M | ________ |
| (९) | $A \cdot M$ | ________ |

## (१५) व्यंजन व्यतिरेक (Transposition) :

या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

हा नियम सोपाधिक विधानाशी संबंधित आहे. क्रमपरिवर्तनाप्रमाणेच सोपाधिक विधानाच्या घटक विधानाचाही क्रम या नियमामुळे बदलता येतो. पण पूर्वांग आणि उत्तरांगाचा क्रम बदलताना त्या दोन्ही विधानांचा निषेध करावा लागतो. तरच मूळच्या विधानाचे सत्यतामूल्य बदललेल्या विधानातही तसेच राहते.

**उदाहरणार्थ :** जर लोकांनी प्रयत्न केले तर पर्यावरण प्रदूषण नियंत्रित केले जाऊ शकते. हे विधान तार्किकदृष्ट्या पुढील विधाने सममूल्य आहे. जर पर्यावरण प्रदुषण नियंत्रित केले जात नसेल तर लोकांनी प्रयत्न केले नाहीत.

### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim\sim K$ | |
| (२) | $K \supset A$ | $/ \therefore \sim\sim A$ |
| (३) | $\sim A \supset \sim K$ | 2, व्यंजन व्यतिरेक (Trans.) |
| (४) | $\sim\sim A$ | 3, 1, नि. वि. (M. T.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $T \supset A$ | |
| (२) | $\sim S \supset R$ | |
| (३) | $(\sim A \supset \sim T) \supset \sim R$ | $/ \therefore S \vee (B \cdot Q)$ |
| (४) | $\sim A \supset \sim T$ | ________ |
| (५) | ________ | ३, ४ वि. धि. (M.P.) |
| (६) | $\sim\sim S$ | ________ |
| (७) | ________ | ६, द्विवार निषेध (D.N.) |
| (८) | $S \vee (B \cdot Q)$ | ________ |

## (१६) वास्तविक व्यंजन (Material Implication) :

या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$

हा नियम सोपाधिक विधानाच्या स्वरुपाशी संबंधित आहे. सोपाधिक विधान तेव्हाच असत्य असते. जेव्हा त्याचे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असते. जेव्हा त्याचे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असते. मात्र जर पूर्वांग असत्य असेल तर उत्तरांगाचे मूल्य काहीही असो सोपाधिक विधान सत्यच असते. तसेच जर उत्तरांग सत्य असेल तर पूर्वांगाचे मूल्य काहीही असो सोपाधिक विधान सत्यच असते. म्हणूनच या नियमानुसार जर $(p \supset q)$ हे विधान सत्य असेल तर एक तर 'p' असत्य असतो किंवा 'q' सत्य असतो.

**उदाहरणार्थ :** जर तुम्ही रस्त्यावर कचरा टाकला तर तुम्ही बेजबाबदार आहात.

तार्किकदृष्ट्या हे 'विधान' – एकतर तुम्ही रस्त्यावर कचरा टाकला नाहीत किंवा तुम्ही बेजबाबदार आहात. या विधानाशी सममूल्य आहे.

### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $(A \supset B) \vee S$ | |
| (२) | A | |
| (३) | $\sim B$ | $/ \therefore S$ |
| (४) | $(\sim A \vee B) \vee S$ | १, व्यंजन व्याख्या (Impl) |
| (५) | $\sim A \vee (B \vee S)$ | ४, सहसंबंध (Assoc.) |
| (६) | $\sim\sim A$ | २, द्विवार निषेध (D.N.) |
| (७) | $B \vee S$ | ५, ६, वै.सं. (D.S.) |
| (८) | S | ७, ३, वै.सं. (D.S.) |

हे करून बघा.

(१) Q ⊃ T
(२) (~ Q ∨ T) ⊃ M
(३) T ⊃ S / ∴ M · (~ Q ∨ S)
(४) ~ Q ∨ T ________
(५) ________ २, ४ वै.सं. (M.P.)
(६) Q ⊃ S ________
(७) ________ ६, व्यंजन व्याख्या (Impl)
(८) M · (~ Q ∨ S) ________

## (१७) वास्तविक सममूल्यता (Material Equivalence) :

वास्तविक सममूल्यतेचे नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

(p ≡ q) ≡ [(p ⊃ q) · (q ⊃ p)]

(p ≡ q) ≡ [(p · q) ∨ (~ p · ~ q)]

पहिला नियम द्विपक्षी-व्यंजन विधानाचे स्वरुप स्पष्ट करतो. म्हणजेच द्विपक्षी व्यंजन विधानात दोन्ही घटक विधाने एकमेकांना व्यंजित करतात.

दुसरा नियम सममूल्य विधानाच्या सत्यतेच्या अटीवर आधारीत आहे. जेव्हा सममूल्य विधानाच्या घटक विधानांची मूल्ये समान असतात. तेव्हा सममूल्य विधान सत्य असते. म्हणजेच जेव्हा दोन्ही घटकविधाने सत्य असतील किंवा दोन्हीही असत्य असतील तेव्हा सममूल्य विधान सत्य असते.

**उदाहरणार्थ** : जर आपण आपल्या ध्येयांचा पाठपुरावा केला तर आणि तरच आपण यशस्वी होऊ. तार्किकदृष्ट्या हे विधान, जर तुम्ही तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा केला तर तुम्ही यशस्वी व्हाल आणि जर तुम्ही यशस्वी झालात तर तुम्ही तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा केला असेलच या विधानाशी सममूल्य आहे.

दुसऱ्या नियमानुसार वरील विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे.

तुम्ही एकतर तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा करा आणि यशस्वी व्हा किंवा तुम्ही तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा करु नका व यशस्वी होऊ नका.

### नियमाचे उपयोजन

(१)

(१) S ≡ M
(२) ~ S / ∴ ~ M
(३) (S ⊃ M) · (M ⊃ S) १, वा. स. (Equiv.)
(४) (M ⊃ S) · (S ⊃ M) ३, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(५) M ⊃ S ४, सरलीकरण (Simp.)
(६) ~ M ५, २, नि.वि. (M.T.)

(२)

(१) S ≡ M
(२) ~ S / ∴ ~ M
(३) (S · M) ∨ (~ S · ~ M) १,वा.स.(M. Equiv.)
(४) ~ S ∨ ~ M २, वृद्धी (Add.)
(५) ~ (S · M) ४, डी. मॉर्गन (DeM.)
(६) ~ S · ~ M ३, ५, वै.सं. (D.S.)
(७) ~ M · ~ S ६, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(८) ~ M ७, सरलीकरण (Simp.)

हे करून बघा.

(१) A ≡ S
(२) S
(३) (K · T) ∨ (~ K · ~ T)
(४) (K ≡ T) ⊃ ~ P
(५) P ∨ M / ∴ M · A
(६) (A ⊃ S) · (S ⊃ A) ________
(७) ________ ६, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(८) S ⊃ A ________
(९) ________ ८, २, वि. वि. (M.P.)
(१०) ________ ३, वा. स. (Equiv.)
(११) ~ P ________
(१२) ________ ५, ११ वै.सं. (D.S.)
(१३) M · A ________

### (१८) बहि:सरण (Exportation) :

या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$$[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$$

जेंव्हा सोपाधिक विधानात पहिले आणि दुसरे विधान दोन्ही मिळून तिसऱ्याला व्यंजित करतात. तेंव्हा असे म्हणता येते की, पहिले घटक विधान दुसऱ्याला आणि दुसरे तिसऱ्याला व्यंजित करत असते.

**उदाहरणार्थ** : जर तुम्ही मद्यपान केलेत आणि वाहन चालवले तर अपघात होऊ शकतो. तार्किकदृष्ट्या हे विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे – 'जर तुम्ही मद्यपान केले तर वाहन चालवले तर अपघात होऊ शकतो.

#### नियमाचा वापर / उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $B$ | |
| (२) | $(B \cdot S) \supset T$ | |
| (३) | $T \supset R$ | $/ \therefore S \supset R$ |
| (४) | $B \supset (S \supset T)$ | २, बहि:सरण (Exp.) |
| (५) | $S \supset T$ | ४, १, वि. वि.(M. P.) |
| (6) | $S \supset R$ | ५, ३, ल.शृ. (H.S.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $\sim P \supset (Q \supset \sim S)$ | |
| (२) | $\sim P \cdot Q$ | $/ \therefore S \supset S$ |
| (३) | ________ | १, बहि:सरण (Exp.) |
| (४) | $\sim S$ | ________ |
| (५) | ________ | ४, वृद्धी (Add.) |
| (६) | $S \supset S$ | ________ |

### (१९) पुनरूक्ती (Tautology) :

या नियमाचे आकार पुढील प्रमाणे आहेत.

$$p \equiv (p \cdot p)$$

$$p \equiv (p \vee p)$$

या नियमानुसार एखादे विधान त्याच विधानाशी संधीने किंवा विकल्पाने जोडले असेल तर तयार होणारे विधान मूळ विधानाशी सममूल्य असते.

**उदाहरणार्थ** : पुनरुक्तीच्या पहिल्या नियमानुसार हवामान चांगले आहे. 'तार्किकदृष्ट्या हे विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे.' हवामान चांगले आहे आणि हवामान चांगले आहे असे म्हणण्यासारखे आहे आणि दुसऱ्या नियमानुसार तार्किकदृष्ट्या विधान हवामान चांगले आहे किंवा हवामान चांगले आहे.

या विधानाशी ससमूल्य आहे.

#### नियमाचे उपयोजन

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $(S \supset R) \cdot (B \supset R)$ | |
| (२) | $(\sim K \cdot \sim K) \supset M$ | |
| (३) | $\sim M$ | |
| (४) | $S \vee B$ | $/ \therefore R \cdot K$ |
| (५) | $R \vee R$ | १, ४, वि. उ. (C. D.) |
| (६) | $R$ | ५, पुनरूक्ती (Taut.) |
| (७) | $\sim K \supset M$ | २, पुनरूक्ती (Taut.) |
| (८) | $\sim \sim K$ | ७, ३, नि. वि. (M. T.) |
| (९) | $K$ | ८, द्विवार निषेध (D. N.) |
| (१०) | $R \cdot K$ | ६, ९, संधी (Conj.) |

हे करून बघा.

| | | |
|---|---|---|
| (१) | $(A \supset B) \cdot (M \supset N)$ | |
| (२) | $\sim B \vee \sim B$ | |
| (३) | $A \vee M$ | |
| (४) | $(\sim N \vee S) \vee (\sim N \vee S)$ | $/ \therefore \sim S \supset \sim R$ |
| (५) | ________ | १, ३ वि. उ. (C.D.) |
| (६) | $\sim B$ | ________ |
| (७) | ________ | ५,६, वै.स. (D.S.) |
| (८) | ________ | ४, पुनरुक्ती (Taut.) |
| (९) | $\sim \sim N$ | ________ |
| (१०) | ________ | ८,९, वै.सं. (D.S.) |
| (११) | $S \vee \sim R$ | ________ |
| (१२) | ________ | ११,व्यंजन व्याख्या (Impl.) |

## अनुमानाचे नियम

(१) विधायक विधी (M.P.)

$p \supset q$

$p$

$\therefore\ q$

(२) निषेधक विधी (M. T.)

$p \supset q$

$\sim q$

$\therefore\ \sim p$

(३) लक्षितता शृंखला (H. S.)

$p \supset q$

$q \supset r$

$\therefore\ p \supset r$

(४) वैकल्पिक संवाक्य (D. S.)

$p \vee q$

$\sim p$

$\therefore\ q$

(५) विधायक उभयापत्ती (C. D.)

$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$

$p \vee r$

$\therefore\ q \vee s$

(६) निषेधक उभयापत्ती (D.D.)

$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$

$\sim q \vee \sim s$

$\therefore\ \sim p \vee \sim r$

(७) सरलीकरण (Simp.)

$p \cdot q$

$\therefore\ p$

(८) संधी नियम (Conj.)

$p$

$q$

$\therefore\ p \cdot q$

(९) वृद्धीकरण (Add.)

$p$

$\therefore\ p \vee q$

## प्रतिनिवेशनाचे / स्थानांतरनाचे नियम

(१०) डी. मॉर्गनचे नियम (De M.)

$\sim (p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

$\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$

(११) क्रमपरिवर्तनाचा नियम (Com.)

$(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

(१२) सहसंबंधाचे नियम (Assoc.)

$[p \cdot (q \cdot r)] \equiv [(p \cdot q) \cdot r]$

$[p \vee (q\ r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$

(१३) वितरणाचे नियम (Dist.)

$[p \cdot (q \vee r)] \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot r)]$

$[p \vee (q \cdot r)] \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$

(१४) दुविवार निषेध (D.N.)

$p \equiv \sim\sim p$

(१५) व्यंजन व्यतिरेक (Trans.)

$(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

(१६) व्यंजन व्याख्या - (Impl.)

$(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$

(१७) वास्तविक सममूल्यता - (Equiv.)

$(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$

$(p \equiv q) \equiv [(p \cdot q) \vee (\sim p \cdot \sim q)]$

(१८) बहिःसरणाचा नियम (Exp.)

$[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$

(१९) पुनरुक्ती (Taut.)

$p \equiv (p \cdot p)$

$p \equiv (p \vee p)$

## सारांश :

नैगमनिक सिद्धता पद्धतीच्या आधारे युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करता येते.

यात युक्तिवादाचा निष्कर्ष त्याच्या आधारविधानांपासून अनुमाने काढत जाऊन निष्पादित केला जातो.

- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत दिलेल्या युक्तिवादातील आधार विधाने व युक्त मूलभूत नियमाच्या आधारे निष्कर्ष सिद्ध केला जातो.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीचे स्वरुप यांत्रिक नसल्यामुळे ती निर्णय पद्धती नाही.
- प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीच्या आधारे वैध युक्तिवादाच्या निष्कर्षापर्यंत क्रमाक्रमाने कोणत्याही गृहीतकाशिवाय थेटपणे जाता येते.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीमध्ये १९ नियमांचा उपयोग युक्त युक्तिवादाकारांच्या आकारीक वैधतेची सिद्धता देण्यासाठी केला जातो.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत १९ नियम दोन प्रकारचे नियम आहेत.
- अनुमानानाचे नऊ नियम  हे वैध अनुमानाचे मूलभूत आकार आहेत.
- आणि उरलेले १० नियम हे प्रतिनिवेशनाच्या नियमांचे तार्किकष्ट्या सममूल्य प्रकार आहेत.
- अनुमानाचे नियम केवळ संपूर्ण विधानासाठी लागू करता येतात, तर स्थानांतरणाचे नियम हे संपूर्ण विधानासाठी तसेच विधानाच्या एका भागासाठीही लागू करता येतात.

## स्वाध्याय

**प्र. १.कंसातीलयोग्यपर्यायनिवडूनरिकाम्याजागाभरा.**

(१) डी. मॉर्गनच्या नियमानुसार $\sim (S \cdot \sim R) \equiv$ ...........

$[(S \vee R) / (\sim S \vee \sim \sim R)]$

(२) $(A \vee M) \equiv (M \vee A)$ या ........... हा नियम उपयोगात आणला जातो.

(क्रमपरिवर्तन / व्यंजन व्यतिरेक )

(३) सरलीकरण हा नियम ........... या विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे.

(विकल्प / संधी)

(४) $(B \supset \sim R) \equiv$ ........... हे व्यंजन व्याख्येच्या नियमानुसार आहे.

$((\sim B \vee \sim R) / (B \vee R))$

(५) $\sim T \equiv (\sim T \vee \sim T)$ ........... या नियमाचा उपयोग होतो.

(पुनरुक्ती / क्रमपरिवर्त)

(६) $[p \cdot (q \cdot r)] \equiv [(p \cdot q) \cdot r]$ हे ........... नियमानुसार आहे.

(सहसंबंध / बहि:सरण)

(७) $(K \supset T) \equiv$ ........... हे व्यजन व्यतिरेकच्या नियमानुसार आहे.

$((T \supset \sim K) / (\sim T \supset \sim K))$

(८) निषेधक विधीचा नियम हा ........... या विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे.

(संधी / सोपाधिक )

(९) $[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$ हे ........... या नियमानुसार आहे.

(वितरण / बहि:सरण)

(१०) प्रतिनिवेशनाचे नियम विधानाच्या ........... भागाला लागू होतो.

(पूर्ण / पूर्ण तसेच अर्ध्या)

**प्र. २.खालील विधाने सत्य कि असत्य ते सांगा :**

(१) अनुमानाचे नियम विधानाच्या भागाला लागू होतात.

(२) प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती ही निर्णय पद्धती आहे.

(३) वैकल्पीक संवाक्याचा नियम विधानाच्या भागाला लागू केला जातो.

(४) प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीमध्ये आधार विधानाच्या सहाय्याने निष्कर्ष प्रत्यक्षपणे सिद्ध करता येतो.

(५) $p / \therefore p \vee q$ हा नियम सरलीकरणाचा आहे.

(६) $[(p \supset q) \cdot p] \supset q$ हा नियम विधायक विधी (M.P.) चा आहे.

(७) व्यंजन व्यतिरेक या नियमात पूर्वांग आणि उत्तरांगाच्या जागा बदलतात. तसेच दोन्हीचा निषेध होतो.

(८) नैगमानिक पद्धती ही यांत्रिक आहे.

(९) लक्षितता शृखलेचा नियम (H.S.) हा वैकल्पिक विधानावर आधारित आहे.

(१०) $p, q / \therefore p \cdot q$ हा नियम वृद्धिकरण (Add.) चा नियम आहे.

**प्र. ३.जोड्या जुळवा :**

| | (अ) गट | | (ब) गट |
|---|---|---|---|
| १. | $p$ | अ. | $(\sim p \vee q)$ |
| २. | $(p \supset q)$ | ब. | $(\sim p \vee \sim q)$ |
| ३. | $(p \equiv q)$ | क. | $[(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$ |
| ४. | $\sim (p \cdot q)$ | ड. | $\sim\sim p$ |
| ५. | $[p \vee (q \cdot r)]$ | इ. | $[(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$ |

**प्र. ४.कारणे द्या.**

(१) नैगमनिक सिद्धता पद्धती ही निर्णय पद्धती नाही.

(२) अनुमानाचे नऊ नियम विधानाच्या संपूर्ण भागाला लागू केले जातात.

(३) स्थानंतरणाचे / प्रतिनिवेशनाचे नियम विधानाच्या संपूर्ण तसेच काही भागाला लागू केले जातात.

**प्र. ५.स्पष्ट करा.**

(१) सहसंबंधाचा नियम

(२) वितरणाचा नियम

(३) विधायक उभयापतीचा नियम

(४) निषेधक उभयापतीचा नियम

(५) वृद्धीकरणाचा नियम

(६) डी मॉर्गनचा नियम

(७) द्विवार निषेधाचा नियम

(८) व्यंजन व्याख्येचा नियम

(९) वास्तविक सममूल्यतेचा नियम

(१०) बहि:सरणाचा नियम

(११) पुनरुक्तीचा नियम

**प्र. ६.खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.**

(१) नैगमनिक सिद्धता पद्धती स्पष्ट करा.

(२) प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता पद्धती स्पष्ट करा.

(३) अमुमानाच्या आणि स्थानांतरणाच्या नियमातील फरक सांगा.

(४) विधायक विधी (M.P.) व निषेधक विधी (M.T.) नियमातील फरक सांगा.

(५) लक्षितता शृंखलेचा (H.S.) नियम व वैकल्पिक संवाक्याच्या (D.S.) नियमातील फरक सांगा.

(६) सरलीकरण (Simp.) व संधी (Conj.) च्या नियमातील फरक सांगा.

(७) क्रमपरिवर्तन (Comm.) व व्यंजन व्यतिरेक (Trans.) या नियमातील फरक सांगा.

**प्र. ७.खालील वैध की अवैध आहेत, ते सांगा.**

(१) $(A \supset B) \supset \sim C$

$A \supset B$

$\therefore C$

(२) $(M \bullet N) \vee (T \equiv S)$

$M \bullet N$

$\therefore T \equiv S$

(३) $L \supset (K \vee L)$

$\sim L$

$\therefore K \vee L$

(४) $\sim R \supset (T \bullet W)$

$\sim (T \bullet W)$

$\therefore R$

(५) $(S \supset \sim T) \bullet (R \supset W)$

$S \vee R$

$\therefore \sim T \vee W$

(६) $(H \supset L) \bullet (K \supset J)$

$\sim L \vee \sim J$

$\therefore \sim H \vee \sim K$

(७) $(R \equiv S) \bullet (M \supset N)$

$R \vee M$

$\therefore S \vee N$

(८) $(T \supset W) \bullet L$

$\therefore T \supset W$

(९) $S \vee \sim L$

$\sim T \supset W$

$\therefore (S \vee \sim L) \bullet (\sim T \supset W)$

(१०) $J \supset L$

$\sim L \supset K$

$\therefore J \supset K$

**प्र. ८.खालील सममूल्यता योग्य की अयोग्य आहे ते सांगा.**

(१) $\sim (p \vee \sim q) \equiv (\sim p \bullet q)$

(२) $\sim \sim R \equiv R$

(३) $(\sim K \vee \sim K) \equiv K$

(४) $[(R \bullet \sim S) \bullet \sim T] \equiv [R \vee (\sim S \vee \sim T)]$

(५) $[\sim A \bullet (B \vee C)] \equiv [(\sim A \bullet B) \vee (\sim A \bullet C)]$

(६) $(\sim p \supset \sim q) \equiv (q \supset p)$

(७) $(\sim S \bullet \sim T) \equiv (T \bullet S)$

(८) $(\sim p \supset q) \equiv (p \vee q)$

(९) $[(p \bullet q) \vee (q \bullet p)] \equiv (p \equiv q)$

(१०) $[(p \supset q) \supset r] \equiv [p \bullet (q \supset r)$

**प्र.९. पुढील युक्तिवादांच्या सिद्धतेतील प्रत्येक पायरीचे समर्थन त्या त्या पायरीपुढे लिहा.**

(१) १ $(K \vee S) \cdot (K \vee \sim T)$

२ $S \supset T$ / $\therefore K$

३ $K \vee (S \cdot \sim T)$

४ $\sim S \vee \sim \sim T$

५ $\sim S \vee T$

६ $\sim (S \cdot \sim T)$

७ $(S \cdot \sim T) \vee K$

८ $K$

(२) १ $(W \supset L) \cdot (W \supset K)$

२ $(L \cdot K) \supset Z$

३ $\sim Z$ / $\therefore \sim W$

४ $\sim (L \cdot K)$

५ $\sim L \vee \sim K$

६ $\sim W \vee \sim W$

७ $\sim W$

(३) २ $(X \supset \sim Y) \cdot (Z \supset A)$

२ $\sim (\sim X \cdot \sim Z)$ / $\therefore Y \supset A$

३ $\sim \sim X \vee \sim \sim Z$

४ $X \vee Z$

५ $\sim Y \vee A$

६ $Y \supset A$

(४) १ (A ∨ B) ⊃ ~ C
२ C / ∴ ~ B
३ ~ ~ C
४ ~ (A ∨ B)
५ ~ A · ~ B
६ ~ B · ~ A
७ ~ B

(५) १ ~ L ⊃ K
२ (L ∨ M) ⊃ (U · W)
३ ~ K / ∴ U ∨ U
४ ~ ~ L
५ L
६ L ∨ M
७ U · W
८ U
९ U ∨ U

(६) १ W ∨ S
२ ~ S
३ (W · X) ⊃ Y / ∴ ~ X ∨ Y
४ S ∨ W
५ W
६ W ⊃ (X ⊃ Y)
७ X ⊃ Y
८ ~ X ∨ Y

(७) १ (A · B) · C
२ A ⊃ (D ∨ K)
३ ~ D / ∴ K
४ A · (B · C)
५ A
६ D ∨ K
७ K

(८) १ K ∨ L
२ (L · M) ⊃ (O · P)
३ ~ K
४ M / ∴ G ⊃ O
५ L
६ L · M
७ O · P
८ O
९ O ∨ ~ G
१० ~ G ∨ O
११ G ⊃ O

(९) १ ~ D ∨ E
२ E ⊃ G
३ (~ G ⊃ ~ D) ⊃ H / ∴ H ∨ K
४ D ⊃ E
५ D ⊃ G
६ ~ G ⊃ ~ D
७ H
८ H ∨ K

(१०) १ A ⊃ B
२ C ⊃ D
३ ~ (B · D) / ∴ ~ A ∨ ~ C
४ (A ⊃ B) · (C ⊃ D)
५ ~ B ∨ ~ D
६ ~ A ∨ ~ C

प्र. १०. पुढील युक्त युक्तिवादांची आकारिक सिद्धता अनुमानाच्या नऊ नियमाच्या आधारे द्या.

(१) १ P ⊃ Q
२ P ⊃ R
३ P / ∴ Q · R

(२) १ T ⊃ P
२ ~ P
३ ~ T ⊃ ~ R / ∴ ~ R ∨ S

(३) १ M ⊃ N
२ N ⊃ O
३ (M ⊃ O) ⊃ (N · P) / ∴ N ∨ R

(४) १ A ∨ B
२ ~ A
३ M · D / ∴ B · M

(५) १ M ∨ ~ S
२ ~ M
३ P ⊃ S / ∴ ~ P ∨ R

(६) १ ~ A
२ ~ B
३ (~ A · ~ B) ⊃ R / ∴ R

(७) १ A · S
२ A ⊃ ~ B
३ B ∨ T / ∴ T ∨ ~ M

(८) 1 W ∨ T
2 (W ∨ T) ⊃ (L · ~ S) / ∴ L

(९) १ (P ⊃ Q) · R
२ (Q ⊃ R) · S / ∴ P ⊃ R

(१०) १ (A · B) ⊃ S
२ S ⊃ R
३ A
४ B / ∴ R

(११) १ (T ∨ S) ⊃ P
२ P ⊃ Q
३ T / ∴ Q

(१२) १ Q ⊃ S
२ P ⊃ T
३ Q ∨ P
४ ~ S / ∴ T

(१३) १ (M ∨ O) ⊃ (A · M)
२ (A · M) ⊃ (D · E)
३ M / ∴ D

(१४) १ P ⊃ T
२ T ⊃ ~ D
३ ~ D ⊃ M / ∴ P ⊃ M

(१५) १ H ⊃ K
२ T ∨ F
३ H
४ ~ T / ∴ F · K

(१६) १ A ⊃ (B ∨ S)
२ ~ (B ∨ S)
३ D ⊃ L
४ A ∨ D / ∴ L

(१७) १ A ∨ B
२ B ⊃ M
३ A ⊃ D
४ ~ D / ∴ B · (A ∨ B)

(१८) १ A ⊃ B
२ ~ A ⊃ ~ C
३ C ∨ (D · E)
४ ~ B / ∴ D ∨ (S ≡ ~ R)

(१९) १ ~ S ⊃ (P ⊃ T)
२ ~ (P ⊃ T)
३ A ⊃ M
४ ~ S ∨ A / ∴ M ∨ (R · Q)

(२०) १ ~ S · (A ∨ B)
२ (M ⊃ S) · R
३ M ∨ ~ T / ∴ ~ T ∨ ~ K

(२१) १ A ⊃ M
२ P ⊃ T
३ P ∨ A
४ ~ T / ∴ M

(२२) १ S ⊃ M

२ P ⊃ A

३ ~ A ∨ ~ M

४ K · S / ∴ (~ P ∨ ~ S) · K

(२३) १ R ⊃ S

२ A ⊃ B

३ ~ T

४ ~ S ∨ ~ B / ∴ (~ R ∨ ~ A) · ~ T

(२४) १ A ⊃ (~ B ∨ ~ D)

२ D ⊃ A

३ D

४ A ⊃ B

५ M ⊃ D / ∴ ~ A ∨ ~ M

(२५) १ R ⊃ T

२ S ⊃ B

३ R · M

४ ~ T / ∴ B ∨ ~ A

(२६) १ R ∨ S

२ [(R ∨ S) ∨ K] ⊃ ~ L

३ T / ∴ ~ L · T

(२७) १ ~ K · ~ S

२ M ∨ T

३ M ⊃ K / ∴ T ∨ (S ⊃ R)

(२८) १ ~ A ⊃ R

२ S ⊃ ~ A

३ ~ R

४ S ∨ ~ P / ∴ ~ P

(२९) १ L ∨ ~ S

२ ~ A

३ (~ A ∨ ~ M) ⊃ ~ L

४ P · B / ∴ ~ S · (P · B)

(३०) १ A ⊃ ~ B

२ A · ~ R

३ B ∨ (S ∨ ~ M)

४ ~ S · ~ T / ∴ A · ~ M

प्र.११. पुढील युक्त युक्तिवादांची आकारिक सिद्धता अनुमान व स्थानांतरणाच्या नियमाच्या आधारे द्या

(१) १ ~ (M · R)

२ M

३ (~ R ⊃ B) · (A ⊃ K) / ∴ B ∨ K

(२) B · A

२ ~ A ∨ S

३ S ⊃ T / ∴ T ∨ (~ R ⊃ M)

(३) १ A ∨ (B ∨ M)

२ ~ B / ∴ A ∨ M

(४) १ M ⊃ N

२ A ⊃ N

३ M ∨ A / ∴ N

(५) १ R ∨ (S · T)

२ ~ T

३ ~ S / ∴ R

(६) १ ~ (S ∨ T)

२ ~ S ⊃ ~ P

३ P ∨ R / ∴ R ∨ ~ M

(७) १ A ⊃ ~ B

२ A · S

३ B ∨ R / ∴ R · S

(८) १ T ⊃ ~ S

२ T ∨ T

३ S ∨ ~ K / ∴ ~ K ∨ ~ K

(૯) ૧ ~ K ⊃ ~ T

૨ ~ K · S

૩ ~ T ⊃ R

૪ (R · S) ⊃ M / ∴ M ∨ M

(૧૦) ૧ S ⊃ T

૨ T ⊃ M / ∴ M ∨ ~ S

(૧૧) ૧ A ⊃ M

૨ (~ A ∨ M) ⊃ R

૩ ~ S ∨ T / ∴ (S ⊃ T) · R

(૧૨) ૧ A ⊃ (B ⊃ M)

૨ A · B / ∴ M · [(A · B) ⊃ M]

(૧૩) ૧ P ≡ S

૨ ~ P / ∴ ~ S ∨ ~ M

(૧૪) ૧ A ∨ (R ∨ ~ P)

૨ P / ∴ A ∨ R

(૧૫) ૧ W ∨ B

૨ W ⊃ ~ S

૩ B ⊃ ~ S

૪ T ⊃ S / ∴ ~ T

(૧૬) ૧ ~ B ∨ M

૨ M ⊃ R / ∴ ~R ⊃ ~ B

(૧૭) ૧ (S · T) ⊃ P

૨ P ⊃ F

૩ ~ F / ∴ ~ S ∨ ~ T

(૧૮) ૧ (R ⊃ Q) · (Q ⊃ R)

૨ (B ∨ M) ∨ S

૩ ~ B

૪ ~ S / ∴ (R ≡ Q) · M

(૧૯) ૧ ~ (S ∨ M)

૨ P ⊃ M

૩ M ∨ ~ N / ∴ ~ (P ∨ N)

(૨૦) ૧ S ∨ T

૨ (S ∨ M) ⊃ (Q · B)

૩ ~ B / ∴ T

(૨૧) ૧ ~ (~ A ∨ R)

૨ R / ∴ T · A

(૨૨) ૧ (R · M) ⊃ S

૨ R / ∴ ~ S ⊃ ~ M

(૨૩) ૧ (S · T) ∨ (~ S · ~ T)

૨ ~ S ∨ ~ R

૩ ~ (~ S · ~ T) / ∴ ~ (R · B) · (S ≡ T)

(૨૪) ૧ ~ A ∨ B

૨ S ⊃ T

૩ A ∨ S / ∴ ~ B ⊃ T

(૨૫) ૧ ~ (A ∨ M)

૨ S ⊃ A

૩ M ∨ ~ R / ∴ ~ (S ∨ R)

(૨૬) ૧ R ∨ (S · T)

૨ (R ∨ T) ⊃ ~ M / ∴ M ⊃ F

(૨૭) ૧ S ⊃ A

૨ B ⊃ S

૩ ~ T · ~ A / ∴ ~ B · ~ T

(૨૮) ૧ S ⊃ T

૨ R ∨ S / ∴ ~ T ⊃ R

(૨૯) ૧ (R ⊃ S) · (R ⊃ M)

૨ ~ S ∨ ~ M / ∴ ~ ( T · R)

(૩૦) ૧ B ⊃ K

૨ ~ B ⊃ S / ∴ (K ∨ S) ∨ ~ A

# प्रकरण ५ वैगमनिक अनुमान आणि त्याचे प्रकार

*When general observations are drawn from so many particulars as to become certain and indubitable, these are jewels of knowledge - **Samuel Johnson***

**तुम्हाला हे माहित आहे का?**

- बहुतांशी शास्त्रीय शोध ही वैगमनिक तर्काची फलश्रुती असते.
- जेव्हा तुम्ही समान ब्रँडच्या वस्तू वापरता तेव्हा तुम्ही साम्यानुमानाचा वापर केलेला असतो.
- स्वयंपाक करताना बहुतांशी महिला वैगमनिक तर्काचा वापर करतात.
- आपण सर्व जाणते-अजाणतेपणे दैनंदिन जीवनात वैगमनिक तर्काचा वापर करतो.

## विगमनाची आवश्यकता :

मागील प्रकरणात आपण तर्कशास्त्राचा आकारिक पैलू पाहिला जसे नैगमनिक तर्कशास्त्र. नैगमनिक तर्कशास्त्रात आशयाचा विचार न करता फक्त आधार विधाने व निष्कर्ष यांच्यातील संबंध निश्चित केला जातो. निगमन हे केवळ आकाराशी संबंधित असते, आशयाशी नव्हे. नैगमनिक अनुमानाचा निष्कर्ष निश्चित असतो, परंतु ते कोणतेही नवीन माहिती व ज्ञान देत नाही. याउलट वैगमनिक अनुमानाचा निष्कर्ष नेहमीच संभाव्य असतो. तरी पण ते आपल्याला नवीन माहिती व ज्ञान देते. म्हणून आपल्याला विगमनाची आवश्यकता असते.

## वैगमनिक अनुमान

वैगमनिक अनुमानाचे उद्दिष्ट भौतिक सत्याची प्रस्थापना करणे हे आहे. वैगमनिक अनुमानाचा निष्कर्ष हा आधार विधानात दिलेल्या पुराव्यापेक्षा अधिक काही तरी निवेदन करणारा असतो.

जेव्हा आपण असे म्हणतो.

सोने हा धातू उष्णतेने प्रसरण पावतो.

चांदी हा धातू उष्णतेने प्रसरण पावतो.

लोखंड हा धातू उष्णतेने प्रसरण पावतो.

∴ सर्व धातू उष्णतेने प्रसरण पावतात.

वरील उदाहरणात काही धातू उष्णतेने प्रसरण पावतात. या आपल्या निरीक्षणावरून आपण त्याचे सामान्यीकरण करुन 'सर्व धातू उष्णतेने प्रसरण पावतात' असा निष्कर्ष काढतो.

वैगमनिक अनुमाने केवळ सामान्य विधाने प्रस्थापित करण्यासाठीच नसतात तर ती एकवाची विधाने प्रस्थापित करण्यासाठी देखील असतात. वैगमनिक अनुमाने चार प्रकारची असतात. ती खालीलप्रमाणे

१. सरल गणन

२. साम्यानुमान

३. शास्त्रीय विगमन

४. सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगमन पद्धती

वरील पैकी पहिल्या आणि तिसऱ्या प्रकारचे वैगमनिक अनुमान सामान्य विधान प्रस्थापित करतात. दुसरे एक म्हणजे साम्यानुमान हा एकवाची विषयीचा निष्कर्ष असतो. तर शेवटचे सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगमन पद्धती ही सामान्य विधाने किंवा विशिष्ट विधाने प्रस्थापित करण्यासाठी वापरली जाते.

**कृती :**

खालीलपैकी कोणती अनुमाने नैगमनिक अनुमान आणि वैगमनिक अनुमान आहेत ते ओळखा

१. ज्यांना वैद्यकीय विमा परवडतो ते सर्व नोकरदार असतात.

सर्व अभिनेत्यांना वैद्यकीय विमा परवडतो.

∴ सर्व अभिनेते नोकरदार आहेत.

२. सुनिता आणि लतिका यांनी एकाच इमारतीत सदनिका विकत घेतली. तिने लतिकाच्या सदनिके एवढेच

चटई क्षेत्र असलेल्या सदनिकेसाठी लतिकेएवढीच किंमत मोजली. लतिकेच्या सदनिकेत ५ शयनकक्ष आहेत.

∴ सुनिताच्या सदनिकेत देखील ५ शयनकक्ष असलेच पाहिजेत.

३. जो अस्तित्वात असतो, तो मानव असतो.

लेखणी अस्तित्वात आहे.

∴ लेखणी मानव आहे.

४. जेव्हा जेव्हा मी घरी मेजवानीचे आयोजन करतो, तेव्हा तेव्हा माझा मित्र उशीरा येतो. आज मी घरी मेजवानी आयोजित केली आहे. मला खात्री आहे, माझा मित्र उशीरा येईल.

**सरल गणन :**

सरल गणन ही सर्वसामान्य माणसाची सामान्यीकरणाची पद्धत म्हणून ओळखली जाते. सामान्यीकरण म्हणजे ''सर्व 'अ', 'ब' आहेत'' ह्या प्रकारची विधाने. हा विगमनाचा सर्वात सोपा प्रकार आहे. सर्वसामान्य माणसाचे सामान्यीकरण शास्त्रज्ञाच्या सामान्यीकरणापेक्षा वेगळे असते. सामान्य विधाने प्रस्थापित करण्यासाठी सामान्य माणूस सरल गणनेचा उपयोग करतो. तर शास्त्रज्ञ शास्त्रीय विगमनाचा उपयोग करतात. सरल गणनात्मक प्रक्रिया काही घटना किंवा उदाहरणांच्या निरीक्षणांवरुन सामान्यीकरण करण्याची प्रक्रिया आहे. सरलगणनात्मक विगमनातील सामान्यीकरणास थेट पुराव्याचा आधार असतो. सरल गणनात्मक विगमनात सामान्यीकरण अनुभवाच्या पलिकडे जाते. 'जे काहींच्या बाबतीत सत्य असते ते त्या वर्गातील सर्वांच्या बाबतीत सत्य असते.' अशी सरलगणनात्मक विगमनाची व्याख्या करता येऊ शकते. सरल गणनामध्ये एकसमान आणि अव्याघाती अनुभवांच्या आधारावर सामान्यीकरण प्रस्थापित केले जाते.

**उदा.** १) पहिला निरीक्षण केलेला कावळा काळा आहे.

२) दुसरा निरीक्षण केलेला कावळा काळा आहे.

३) तिसरा निरीक्षण केलेला कावळा काळा आहे.

निरीक्षण केलेले एक लाख कावळे काळे आहेत.

∴ सर्व कावळे काळे आहेत.



सरलगणनेची काही उदाहरणे खालीलप्रमाणे

१. आतापर्यंत पाहिलेल्या काही गुलाबांना काटे आहेत.

∴ सर्व गुलाबांना काटे असतात.

२. आता पर्यंत पाहिलेली काही फुले सुगंधित आहेत.

∴ सर्व फुले सुगंधित आहेत.

सरल गणनाचा आकार खालीलप्रमाणे :

सर्व निरीक्षण केलेले 'क्ष' हे 'य' असतात.

निरीक्षण केलेला एकही 'क्ष' हा 'न-य' नसतो.

∴ सर्व 'क्ष' 'य' असतात.

सरल गणनाने प्रस्थापित केलेल्या सामान्यीकरणाची वैशिष्ट्ये खालीलप्रमाणे आहेत.

- **एक समान आणि अव्याघाती अनुभव :**

सरल गणनात्मक विगमनातील सामान्यीकरणे ही एकसमान व अव्याघाती अनुभवांवर आधारित असतात. म्हणजेच आपल्या अनुभवात अशी काही उदाहरणे आढळतात ज्यात काही गुणधर्म नेहमीच एकत्रितपणे आढळतात.

**उदा.** बर्फ नेहमीच शीतल असतो, अग्नी नेहमीच उष्ण असतो इ. बर्फ उष्ण आणि अग्नी शीतल आहे असा व्याघाती अनुभव आपल्याला कधीच येत नाही. या उदाहरणात सामान्यीकरणाची व्याप्ती अमर्यादित असल्याने ते पुराव्याच्या पलीकडे जाते.

- **गुणधर्माच्या विश्लेषणाचा अभाव :**

सर्व पाहिलेल्या उदाहरणांमध्ये समान गुणधर्म आहे की नाही हे पाहण्यासाठी सरल गणन ही प्रक्रिया केवळ उदाहरणाच्या संख्येचे गणन करते. तथापि यात गुणधर्माचे विश्लेषण केले जात नाही.

**उदा.** कावळे काळे का आहेत? किंवा गुलाबांना काटे का आहेत?

या संदर्भात कुणीही हे शोधण्याचा प्रयत्न करत नाही की कावळे काळे का असतात? किंवा गुलाबांना काटे का असतात?

- **अमर्यादित सामान्यत्व :**

सरल गणनेद्वारा प्रस्थापित केलेले सामान्यीकरण मर्यादित संख्येच्या सदस्यांच्या वर्गा संबंधी नसते.

**उदा.** या वर्गातील काही विदयार्थी हुशार आहेत.

∴ या वर्गातील सर्व विदयार्थी हुशार आहेत.

वरील उदाहरणात सामान्यीकरण प्रस्थापित केले आहे. परंतु ते मर्यादित सामान्यत्व आहे. म्हणून अशा प्रकारचे युक्तिवाद सरलगणात्मक विगमन नव्हे. सरल गणनेमध्ये निष्कर्ष म्हणजेच सामान्यीकरण हे अमर्याद सदस्येच्या अमर्यादित संख्ये बद्दल असते.

**उदा.** काही ध्रुवीय अस्वले पांढरी असतात.

∴ सर्व ध्रुवीय अस्वले पांढरी असतात.

या सरल गणनेत वैगमनिक झेप असते. वैगमानिक झेप म्हणजे निरीक्षण केलेल्या घटनेवरून निरीक्षण न केलेल्या घटनेकडे किंवा ज्ञाताकडून अज्ञाताकडे जाणारी झेप. सामान्यीकरणाची व्याप्ती अमर्याद असते आणि ती पुराव्याच्या व्याप्ती पेक्षा अधिक असते.

- **संभाव्यता कमी :** सरल गणनेतील सामान्यीकरण काही घटनांच्या समान अनुभवावर आधारित असते. म्हणून आपण निरीक्षण न केलेल्या उदाहरणात तेच गुणधर्म असतील असे निश्चितपणे म्हणू शकत नाही. उदा. सर्व कावळे काळे असतात. हे सामान्यीकरण निरीक्षणाच्या अर्थात प्रत्यक्ष पुराव्याच्या आधारावर सत्य म्हणून स्वीकारली जातात. परंतु आपण व्याघाती उदाहरणांची शक्यता नाकारु शकत नाही. म्हणून त्यांना संभाव्य म्हटले जाते.

- **सरल गणनात्मक विगमनाचे मूल्य :** सरल गणनातून प्रस्थापित केलेली सर्वच सामान्यीकरणे योग्य नसतात. म्हणजेच त्यापैकी काही सामान्यीकरण योग्य तर काही अयोग्य असतात.

**उदा.** 'सर्व कावळे काळे असतात' हे योग्य आहे. परंतु 'सर्व राजहंस पांढरे असतात' हे अयोग्य आहे.

मिल आणि बेकन सरल गणनेची प्रक्रिया बालीश आणि अविश्वसनीय समजतात. त्यांच्या मते सरल गणनाचे मूल्य निरीक्षण केलेल्या उदाहरणांच्या संख्येवरुन ठरत असते. परंतु त्यांचे म्हणणे चुकीचे आहे. कारण सरलगणनाने प्रस्थापित केलेल्या सामान्यीकरणाची मूल्ये आणखी काही अटीवर अवलंबून असतात. त्या अटी खालीलप्रमाणे :

१. **व्यापक अनुभव :** सरल गणनेची सामान्यीकरणे ही व्यापक अनुभवावर आधारित असतात. उदा. 'सर्व कावळे काळे असतात.' हे निरीक्षणावर आधारित आहे. जेव्हा बहुसंख्य उदाहरणांचे निरीक्षण केले जाते तेव्हा एखादे व्याघाती उदाहरण सापडण्याची शक्यता असू शकते.

**उदा.** आपण एकही न-काळा असलेला कावळा पाहिला नाही.

∴ आपण निष्कर्ष काढतो की, सर्व कावळे काळे आहेत.

२. **अनुभवाची विविधता :** जगाच्या एका भागातील जास्तीत जास्त कावळ्यांचे निरीक्षण करण्यापेक्षा, विविध प्रदेशातील काही कावळ्यांचे निरीक्षण करुन त्यावर आधारित केलेले सामान्यीकरण हे जास्त संभाव्य आणि विश्वसनीय ठरते. आपल्या सर्वांना माहितीच आहे की प्राण्यांचे रंग त्या त्या प्रदेशातील हवामान किंवा इतर परिस्थितींवर अवलंबून असतात.

**उदा.** काही अस्वले काळी असतात.

∴ सर्व अस्वले काळी असतात.

हा युक्तिवाद अयोग्य आहे कारण आपल्याला ध्रुवीय प्रदेशात हवामानामुळे पांढरी अस्वले आढळतात.

३. **साधर्म्यता :** सरल गणनेचे मूल्य साधर्म्यावर अवलंबून असते.

**उदा.** काळ्या रंगा व्यतिरिक्त कावळ्यांमध्ये इतर गुणधर्मांत देखील साधर्म्य असते. जसे टोकदार चोच, नखे असलेले पाय. ही देखील कावळ्याची महत्त्वाची गुणवैशिष्ट्ये आहेत.

**सादृश्यानुमान :** सादृश्यानुमान हा वैगमनिक युक्तिवादाचा एक प्रकार आहे. सादृश्यानुमान हे सामान्य माणसाचे अनुमान आहे. ज्यातील निष्कर्ष निरीक्षण केलेल्या साधर्म्यावरुन काढले जातात. सादृश्यानुमानात आपण विशिष्ट घटनेवरून विशिष्ट घटनेकडे जातो. सादृश्यानुमानात ज्ञात साधर्म्याकडून पुढील साधर्म्याकडे जाता येते. म्हणजेच जर ''दोन किंवा अधिक वस्तूत विशिष्ट गुणधर्मामध्ये साधर्म्य आढळले आणि त्यापैकी एखाद्या वस्तूत आणखी काही गुणधर्म आढळले तर दुसऱ्या वस्तूत देखील ते गुणधर्म असतील असा निष्कर्ष काढला जातो.'' अशी सादृश्यानुमानाची व्याख्या करता येईल.

सादृश्यानुमान युक्तिवादाचा आकार खालीलप्रमाणे–

'अ' चे निरीक्षण केल्यावर क्ष$_१$, क्ष$_२$, क्ष$_३$ ...इ. हे गुणधर्म दिसले.

'ब' चे निरीक्षण केल्यावर क्ष$_१$, क्ष$_२$, क्ष$_३$ ........ क्ष इ. हे गुणधर्म दिसले.

'अ' मध्ये 'क' हा आणखी गुणधर्म आहे.

∴ ब मध्ये देखील 'क' हा आणखी गुणधर्म आहे.

**उदाहरण :**

पृथ्वी आणि मंगळ यांच्यातील साधर्म्यांवर आधारित लॉवेलने पुढील युक्तिवाद केला आहे.

पृथ्वी आणि मंगळ हे दोन्ही ग्रह आहेत. हे दोन्ही सुर्याभोवती परिभ्रमण करतात.

दोन्ही ठिकाणी पाणी आणि वातावरण आहे.

दोन्ही ठिकाणी सौम्य तापमान आहे.

पृथ्वीवर जीव सृष्टी आहे.

∴ मंगळावर देखील जीव सृष्टी असली पाहिजे.

सादृश्यानुमान युक्तिवादाचा तार्कीक आधार असा आहे की एकत्रित आढळणारे गुणवैशिष्ट्य एकमेकांशी संबंधित असू शकतात म्हणून आपण उपस्थित गुणवैशिष्ट्यांवरुन इतर गुणवैशिष्ट्यांचे अनुमान करतो.

**उचित सादृश्यानुमानाच्या अटी :** काही सादृश्यानुमान योग्य असतात तर काही अयोग्य असतात. सादृश्यानुमानाची उचितता खालील घटकांवर अवलंबून असते.

- **सुसंबद्ध आणि महत्वपूर्ण साधर्म्य :** जेव्हा महत्त्वपूर्ण आणि सुसंबद्ध वैशिष्ट्यांमध्ये साधर्म्य असते. तेव्हा सादृश्यानुमान उचित असते.

  **उदा.** लॉवेलने मंगळावरील जीवसृष्टी विषयी केलेले सादृश्यानुमान उत्कृष्ट उदाहरण आहे. कारण त्या दोन्ही ग्रहात काही वैशिष्ट्यात महत्त्वाचे साधर्म्य आहेच पण काढलेल्या निष्कर्षांशी देखील ते सुसंबद्ध आहे. जसे की, आपणास हे ज्ञात आहे की पाणी,तापमान,वातावरण या गोष्टी जीव सृष्टीच्या अस्तित्वासाठी आवश्यक आहेत.

- **महत्त्वाचे भेद :** जर सादृश्यानुमान युक्तिवादात महत्त्वाच्या पैलूंबाबत फरक असेल तर सादृश्यानुमान युक्तिवाद अयोग्य असतो.

- **उदाहरणार्थ :**

  माणूस आणि माकडाला दोन पाय, दोन डोळे, दोन हात, एक नाक, दोन कान असतात.

  माणूस वाचू आणि लिहू शकतो.

  ∴ माकड सुद्धा वाचू आणि लिहू शकते.

  या उदाहरणात माणूस आणि माकडात साधर्म्य अधिक आहेत. परंतू त्यातील फरक महत्त्वपूर्ण आहे. उदा : माणूस हा बुद्धिजीवी आहे तर माकड हे माणसाइतके बुद्धिजीवी नाही. म्हणून तो अयोग्य युक्तिवाद आहे.

  या संदर्भात हे महत्वाचे आहे की सादृश्यानुमानाने प्रस्थापित केलेला निष्कर्ष नेहमीच संभाव्य असतो आणि तो कधीही निश्चित नसतो.

**निष्कर्षाचे स्वरुप :** आधारविधानात जेवढा पुरावा दिलेला आहे त्याने निष्कर्षाचे जेवढ्या प्रमाणात समर्थन होऊ शकते तेवढाच निष्कर्ष काढलेला असेल तर ते सादृष्यानुमान उचित असते. पृथ्वी आणि मंगळ या उदाहरणात दिलेल्या पुराव्याच्या आधारे काढण्यात आलेल्या निष्कर्षाचे समर्थन होते की मंगळावर सजीव सृष्टी असली पाहिजे. पण जर कुणी हा दावा करत असेल की मंगळावर मानव प्राणी आहे, तर सादृश्यानुमान अयोग्य ठरते कारण विधानात दिलेला पुरावा असा निष्कर्ष काढण्यास अपुरा आहे.

**कृती :** दिलेली साम्यानुमाने योग्य आहेत की अयोग्य आहेत हे ओळखून त्याचे समर्थन करा.

१. डॅनियल आणि अनिता एकाच इमारतीत राहतात. दोघेही एकाच महाविद्यालयात जातात आणि एकाच वर्गात शिकतात. दोघांची उंची आणि वजन सारखेच आहे.

डॅनियल हुशार आहे.

∴ अनिता देखील हुशार आहे.

२. मागच्या वेळी मी दुकानातून दोन जीन्स विकत घेतल्या, त्या दोन्ही २ वर्षे टिकल्या. आज मी पुन्हा दोन जीन्स त्याच दुकानातून घेतल्या ज्या की त्याच कंपनीने तयार केलेल्या आहे. दोन्ही जीन्सचे कापड पूर्वी घेतलेल्या जीन्सच्या कापडा सारखेच आहे. म्हणून या जीन्स देखील दोन वर्षे टिकतील.

## शास्त्रीय विगमन :

वस्तुस्थिती समजून घेणे आणि स्पष्ट करणे हा विज्ञानाचा प्रयास असतो. 'प्रत्यक्ष आणि अप्रत्यक्ष पुराव्यावर आधारित सामान्यीकरणे प्रस्थापित करण्याची प्रक्रिया' अशी शास्त्रीय विगमनाची व्याख्या करता येऊ शकते.

मिल्ल आणि बेकनच्या मते, "शास्त्रीय विगमन ही कारण कार्यांचा संबंध व्यक्त करणारे सामान्यीकरण प्रस्थापित करण्याची प्रक्रिया आहे" या प्रक्रियेत खालील टप्पे असतात.

१. काही उदाहरणांचे निरीक्षण केले जाते आणि असे आढळते की त्यात निश्चित समान गुणधर्म आहेत.

२. त्या प्रकारच्या सर्व उदाहरणात तो समान गुणधर्म आहे असे सामान्यीकरण केले जाते.

३. निरीक्षण केलेल्या उदाहरणांचे विश्लेषण करुन त्यातील कारण कार्याचा संबंध शोधण्याचा प्रयत्न केला जातो.

४. सुचवलेल्या कारण कार्यांचा संबंधाच्या समर्थनासाठी प्रायोगिक पद्धतीचा वापर केला जातो.




आपण मिल्ल आणि बेकनचा शास्त्रीय विगमना विषयीचा दृष्टीकोन स्वीकारु शकत नाही. त्याची दोन कारणे आहेत.

१. सर्वच वैज्ञानिक सामान्यीकरणे कारणकार्य संबंध प्रस्थापित करत नाहीत. उदा. सर्व वटवाघुळ हे उष्ण रक्ताचे असतात. या सामान्यीकरणात कार्य–कारण संबंध नाही, कारण उष्ण रक्त असणे हा वटवाघूळाचे असण्याचे परिणाम नाही.

२. प्रायोगिक पद्धत केवळ प्रत्यक्ष पुरावे देऊ शकते. शास्त्रीय विगमन हे प्रत्यक्ष तसेच अप्रत्यक्ष पुराव्यावर आधारित असते.

**उदा.** निरीक्षित केलेले धातू उष्णतेने प्रसरण पावतात. इथे "धातूचे निरीक्षण" हा प्रत्यक्ष पुरावा आहे. परंतु वैज्ञानिक सामान्यीकरण पूर्णपणे एकटे किंवा अलग नसून ती एकमेकांशी संबंधित असतात. त्यांना इतर प्रस्थापित नियमाचा आधार असतो. उदा. "सर्व वायू उष्णतेने प्रसरण पावतात' या सामान्यीकरणाचा आधार "सर्व धातू उष्णतेने प्रसरण पावतात" या सामान्यीकरणाला आहे. यालाच अप्रत्यक्ष पुरावा म्हणतात.

### सरल गणन आणि शास्त्रीय विगमन :

सरल गणन आणि शास्त्रीय विगमन या दोन्ही वैगमनिक तर्काच्याच प्रक्रिया असून दोन्हीही सामान्यीकरण प्रस्थापित करतात. सरल गणन आणि शास्त्रीय विगमनाचा तार्किक आकार देखील सारखाच आहे.

म्हणजेच ते दोन्ही विगमन काहीकडून सर्वाकडे, निरीक्षण केलेल्या घटनेवरुन निरीक्षण न केलेल्या घटनेकडे जातात. परंतु ते काही विशिष्ट गुणधर्माच्या संदर्भात भिन्न आहेत.

१. सरल गणनेची सामान्यीकरणे ही केवळ प्रत्यक्ष पुराव्यावर आधारित असतात. तर शास्त्रीय विगमनाची सामान्यीकरणे प्रत्यक्ष व अप्रत्यक्ष अशा दोन्ही पुराव्यावर आधारित असतात.

२. सरल गणनेत निरीक्षण केलेल्या घटनेचे विश्लेषण करण्याचा प्रयत्न केला जात नाही. याउलट शास्त्रीय विगमनात निरीक्षण केलेल्या उदाहरणांचे विश्लेषण केले जाते.

३. सरल गणनाच्या सामान्यीकरणाची संभाव्यता कमी असते. याउलट शास्त्रीय विगमनाच्या सामान्यीकरणाची संभाव्यता अधिक असते.

### सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगामी पद्धती:

शास्त्रीय विगमनाचे उपयोजन मर्यादित स्वरुपाचे आहे. ते केवळ शास्त्रीय सामान्यीकरण प्रस्थापित करण्यासाठी वापरले जाते. ते एखादा सिद्धांत प्रस्थापित करण्यासाठी उचित ठरत नाही किंवा एखाद्या विशिष्ट घटनेचा निष्कर्ष काढण्यासाठी उपयुक्त ठरत नाही. या समस्येवर मात करण्यासाठी आपल्याला अशा एका पद्धतीची आवश्यकता असते की जी सर्व प्रकारची विधाने प्रस्थापित करु शकेल. सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगामी पद्धती या सर्व अटींचे पालन करते. ही एक शास्त्रीय पद्धत आहे.



या पद्धतीत वैगमनिक आणि नैगमनिक अनुमानाचा उपयोग केला. सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगामी पद्धतीत, सिद्धांत कल्पना मांडणे, त्यापासून परिणाम निष्पादित करणे आणि वस्तुस्थितीवर आधारित परिणामाचे परीक्षण करणे या बाबी अंर्तभूत असतात. या पद्धतीच्या पाच पायऱ्या असतात त्या पुढीलप्रमाणे–

१. **निरीक्षण आणि समस्येची जाणीव होणे :** विज्ञानाचा उद्देश वस्तुस्थिती जाणून घेणे व त्याचे स्पष्टीकरण देणे हा आहे. जेव्हा शास्त्रज्ञासमोर अपरिचित परिस्थिती निर्माण होते आणि ज्ञात उपाय निरीक्षणात आलेल्या वस्तुस्थितीचे स्पष्टीकरण देऊ शकत नाही, तेव्हा शास्त्रीय संशोधनास सुरुवात होते. उदा. कोनटिकी अभियानात समाजशास्त्रज्ञांच्या निरीक्षणात असे आढळून आले की, दक्षिण समुद्रातील बेटावरील आणि दक्षिण अमेरिकेत राहणाऱ्या लोकांच्या प्राचीन रुढी आणि परंपरा सारख्याच आहेत. तेव्हा समस्या अशी निर्माण झाली की, एकमेकांपासून खूप दूर अंतरावर राहणाऱ्या लोकांच्या रुढी आणि पंरपरा एवढ्या समान कशा आहेत?

२. **प्राथमिक सिद्धांत कल्पनेची रचना :** जेव्हा निरीक्षणात आलेली वस्तुस्थिती समजत नाही तेव्हा शास्त्रज्ञ सापेक्ष तथ्ये समजून घेण्यासाठी प्राप्त वस्तुस्थिती संदर्भात एक तात्पुरता उपाय सुचवतात. तात्पुरता उपाय म्हणजे सिद्धांत कल्पना

होय. जेव्हा समस्येची जाणीव झाली, तेव्हा काही समाजशास्त्रज्ञांनी अशी सिद्धांत कल्पना सुचवली की, 'प्राचीन काळात दक्षिण अमेरिकेतील लोक दक्षिण समुद्रातील बेटावर आले असतील आणि तेथेच स्थायिक झाले असतील.' म्हणून त्यांच्या रुढी, परंपरा सारख्या असल्या पाहिजेत.

३. **अतिरिक्त तथ्यांचे संकलन :** प्राथमिक सिदधांत कल्पना केल्यावर शास्त्रज्ञ सिद्धांत कल्पनेशी संबंधित अधिक तथ्यांचे संकलन करतात. कोनटिकी अभियानात दक्षिण अमेरिका आणि दक्षिण समुद्रातील बेटा दरम्यानचे अंतर पार करण्यासाठी आवश्यक मार्ग आणि साधने यासारख्या अतिरिक्त तथ्यांची माहिती संकलित केली गेली.

४. **सिद्धांत कल्पनेचा नैगमनिक विकास :** ज्या सिद्धांत कल्पनेची पडताळणी प्रत्यक्ष रीतीने म्हणजेच निरीक्षण किंवा प्रयोगाच्या आधारे करता येते, अशा सिद्धांत कल्पनेच्या बाबतीत हा टप्पा आवश्यक नाही. या ठिकाणी शास्त्रज्ञ नैगमनिक युक्तिवाद करतात. ज्यात ते सिद्धांत कल्पनेस सत्य समजून तिला आधार विधान म्हणून स्विकारुन आणि त्यापासून निष्कर्ष निगमनित करतात. उदा. समाजशास्त्रज्ञांच्या सिद्धांत कल्पनेची पडताळणी करणे शक्य नसल्यामुळे अप्रत्यक्षपणे परीक्षण करुन निष्कर्ष काढला जातो. म्हणून दक्षिण अमेरिकेतील लोकांनी दक्षिण समुद्रातील बेटाकडे प्रवास केला तेव्हा त्यांनी तो समुद्र मार्गेच केला असला पाहिजे. तो सुद्धा आदिम पदधतीच्या होड्यांमधूनच कारण प्राचीन काळात अशा स्वरुपाच्या आदिम होडयाच उपलब्ध होत्या.

५. **सिद्धात कल्पनेचे परीक्षण :** अप्रत्यक्ष परीक्षणात हे पाहिले जाते की निगमित निष्कर्ष प्रत्यक्षात घडतात का? जर निगमित निष्कर्ष प्रत्यक्षात घडले तर सिद्धांत कल्पना स्विकारली जाते. आणि जर घडले नाही तर सिदधांत कल्पना नाकारली जाते किंवा त्यात बदल केला जातो. उदा. कोनटीकी अभियानात समाजशास्त्रज्ञांनी एक आदिम स्वरुपाची बोट तयार केली आणि वास्तवात दक्षिण अमेरिकेपासून दक्षिण समुद्रातील बेटापर्यंत खरोखरच प्रवास केला. ते इतके लांब अंतर पार करु शकले. तेव्हा त्यांनी असा निष्कर्ष काढला की जर आपण हे लांब अंतर आज पार करु शकतो तर प्राचीन काळातील लोकांनी देखील असाच प्रवास केला असणार आणि म्हणूनच दोन्ही ठिकाणच्या रुढी परंपरामध्ये समानता आहे हे स्पष्ट होते.

## कोडी

१. डाऊनी जॉन्सन विन डिजोल सोबत त्याने टाकलेल्या दरोडयातील लूट घेऊन कारमधून पळून जात होता. त्याचे एक चाक पंक्चर झाल्यामुळे ते बदलण्यासाठी तो खाली उतरला. चाक बदलताना त्या चाकाचे चार नट त्याच्याकडून नाल्यात पडले. विन डिजोलने त्याला अशी एक कल्पना सूचवली की ज्यामुळे कारने गंतव्य स्थानापर्यंत पोहचू शकेल. त्याने सुचवलेली कल्पना कोणती?

२. एका सुंदर गोड मुलीने पुस्तक विक्रेत्याकडून एक पुस्तक विकत घेतले आणि त्याला १०० रुपये दिले. पुस्तकाची किंमत ३० रुपये होती. परंतु त्या विक्रेत्याकडे सुट्टे पैसे नव्हते. म्हणून त्याने शेजारच्या दुकानातून सुट्टे पैसे घेतले आणि तिचे ७० रुपये मुलीला परत दिले. काही वेळाने शेजारचा दुकानदार १०० रुपयाची नोट घेऊन आला आणि त्याने पुस्तक विक्रेत्याला सांगितले की, त्याला दिलेली १०० रुपयांची नोट नकली आहे. म्हणून त्याने आपले पैसे परत घेतले. त्या दुकानदारास किती रुपयांचा तोटा सहन करावा लागला?

३. प्रसिद्ध उद्वाहका संबंधी प्रसिद्ध कोडे : दहाव्या मजल्यावर राहणारी एक व्यक्ती दररोज सकाळी खाली पहिल्या मजल्यावर जाण्यासाठी उद्वाहकाचा वापर करून कामावर जात असे. संध्याकाळी तो परत आल्यावर पावसाळयात किंवा उद्वाहकात माणसे असतील तर तो थेट १० व्या मजल्यावर त्याच्या सदनिकेपर्यंत जातो. अन्यथा ७ व्या मजल्यापर्यंत जाऊन तीन मजले तो पायी चढून जातो. तो असे का करत असेल, स्पष्ट करता येईल का?

## सारांश :

अनुमानाचे नैगमनिक आणि वैगमनिक असे वर्गीकरण केले जाते.

वैगमनिक अनुमानांचे वर्गीकरण :

१. सरल गणन

२. सादृश्यानुमान

३. शास्त्रीय विगमन

४. सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगामी पद्धती

## स्वाध्याय

**प्र. १. कंसातील योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.**

१. ………… अनुमानात आधार विधानात प्रतिपादन केल्यापेक्षा काहीतरी अधिक स्वरुपाचा निष्कर्ष निष्पादित केलेला असतो. (नैगमनिक/वैगमनिक)

२. …………ला सामान्य माणसाची सामान्यीकरणाकडे जाण्याची पद्धती म्हटले जाते.

(सरल गणन/शास्त्रीय विगमन)

३. ज्ञात साधर्म्याकडून पुढील साधर्म्याकडे जाणारा युक्तिवाद ………… म्हणून ओळखला जातो. (सादृश्यानुमान /सरलगणना)

४. ………… मध्ये अधिकतम संभाव्यता असते. (सरल गणन/शास्त्रीय विगमन)

५. विज्ञानातील सामान्यीकरणाकडे जाणारी प्रक्रिया ………… म्हणून ओळखली जाते. (सरल गणन/ शास्त्रीय विगमन)

६. विज्ञानातील सामान्यीकरणास ………… पुराव्याचा आधार असतो (प्रत्यक्ष/दोन्ही प्रत्यक्ष आणि अप्रत्यक्ष)

७. विशिष्टाकडून विशिष्टाकडे जाणारे अनुमान ………… होय. (सादृश्यानुमान/सरल गणन)

८. ………… पद्धतीत नैगमनिक आणि वैगमनिक अशा दोन्ही अनुमानाचा वापर केला जातो. (सरल गणन/सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगामी पद्धती )

९. ………… परीक्षणात हे पाहिले जाते की निगमात निष्कर्ष प्रत्यक्ष घडतात का? (अप्रत्यक्ष/प्रत्यक्ष)

१०. ………… हे तात्पुरते समाधान आहे. (सिद्धांत कल्पना/परीक्षण)

**प्र. २.खालील विधाने सत्य की असत्य आहेत ते लिहा.**

१. विगमन हे युक्तिवादाच्या आकाराशी निगडीत असते ते आशयाशी निगडीत नसते.

२. सरल गणनेत प्रस्थापित झालेली सामान्यीकरणे एकसमान अनुभवांवर आधारित असतात.

३. सरल गणनात आपण मर्यादित सामान्यत्वाची विधाने प्रस्थापित करत असतो.

४. सादृश्यानुमान हे नैगमनिक अनुमान आहे.

५. शास्त्रीय विगमनाने प्रस्थापित केलेली सामान्य विधाने निश्चित असतात.

६. सादृश्यानुमानात वैगमनिक झेप घेतली जाते.

७. दोन वस्तूतील महत्त्वाच्या फरकाचा उचित सादृश्यानुमानावर परिणाम होत नाही.

८. सादृश्यानुमान हे नैगमनिक युक्तिवाद आहे.

९. सरल गणनेत निरीक्षण केलेल्या घटनेचे विश्लेषण करण्याचा प्रयत्न केला असतो.

१०. सिद्धांत कल्पनाधिष्ठित निगामी पद्धतीत सिद्धांत कल्पना तयार करणे, त्यापासून निष्कर्ष निगमित करणे आणि वस्तुस्थितीवर आधारित प्रचिती घेणे या बाबी अंतर्भूत असतात.

**प्र. ३.जोड्या जुळवा.**

| (अ) | (ब) |
|---|---|
| १. शास्त्रीय विगमन | अ. आकारिक वैधता |
| २. सरल गणन | ब. तात्पुरते स्पष्टीकरण |
| ३. सादृश्यानुमान | क. अधिकतम संभाव्यता |
| ४. नैगमनिक युक्तिवाद | ड. साधर्म्यावर आधारित |
| ५. वैगमनिक युक्तिवाद | ई. आशयदृष्ट्या वैधता |
| ६. सिद्धांत कल्पना | फ. एकसमान अनुभव |

**प्र. ४.खालील दिलेल्या विधानासाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा लिहा.**

१. विशिष्टाकडून विशिष्टाकडे जाणारे अनुमान.

२. ज्ञाताकडून अज्ञाताकडे घेतलेली झेप.

३. एकसमान आणि अव्याघाती अनुभवाच्या आधारावर प्रस्थापित होणारे सामान्यीकरण.

४. निरीक्षण केलेल्या घटनांचे विश्लेषण केले जाणारी पद्धती.

५. निगमन आणि विगमन समाविष्ट असलेली शास्त्रीय पद्धत.

६. ज्या विगमनात दोन वस्तुंमधील निश्चित गुमधर्माच्या साधर्म्यावर आधारित निष्कर्ष काढले जाते.

७. सिद्धांत कल्पनेवर आधारित पद्धती

**प्र. ५.कारणे द्या.**

१. विगमनाची गरज आहे.

२. सरल गणन पद्धती कमी संभाव्य असते.

३. शास्त्रीय विगमनाचे निष्कर्ष अधिकतम संभाव्य असतात.

**प्र. ६.स्पष्ट करा.**

१. सरल गणन

२. सरल गणन आणि शास्त्रीय विगमन यामधील फरक

३. सादृश्यानुमानाचे स्वरुप

४. उचित सादृश्यानुमानाच्या अटी

**प्र. ७.खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.**

१. सरल गणनाची वैशिष्ट्ये स्पष्ट करा.

२. सिद्धांत कल्पना म्हणजे काय आणि त्याच्या पायऱ्या स्पष्ट करा.

३. सरल गणनाचे मूल्ये सोदाहरण स्पष्ट करा.

४. शास्त्रीय विगमनाची पद्धत स्पष्ट करा.

❖ ❖ ❖

## प्रकरण ६ तर्क दोष

*Logical fallacy is a flaw in reasoning. Logical fallacies are like tricks and illusion of thoughts.*



**खालील युक्तिवाद समजून घेऊ या.**

**युक्तिवाद – १**

**काकु म्हणाल्या :** ''टोनी धुम्रपान करू नको. कारण पालकांना त्यांच्या मुलांनी धुम्रपान केलेले आवडत नाही. तुला त्यांच्या भावनाची कदर नाही का?''

**युक्तिवाद – २**

**काका म्हणाले :** ''टोनी धुम्रपान करू नकोस कारण सिगारेट मध्ये तंबाखु असते की जो आरोग्यास अपायकारक असते.''

वरीलपैकी कोणता युक्तिवाद तुम्हाला योग्य वाटतो? का?

..............................................................................................................................................................

### ६.१ तर्कदोषाचा अर्थ आणि व्याख्या :

आपण सर्व योग्य रितीने तर्क करण्याचा प्रयत्न करतो. परंतु आपल्या तर्कात चुका होतात किंवा आपण चुकीचा तर्क करतो.

जेव्हा एखाद्या युक्तिवादाचे आधार विधान, त्याच्या निष्कर्षाचे समर्थन करण्यास अपयशी ठरते, तेव्हा अशा युक्तिवादास तर्कदोषयुक्त युक्तिवाद असे म्हटले जाते. म्हणून सर्वसाधारणतः तर्कात जेव्हा कोणताही दोष असतो तेव्हा त्यास तर्कदोष असे म्हणतात.

आय. एम. कोपीच्या शब्दात, 'तर्कदोषपूर्ण युक्तिवाद ते असतात की, जे योग्य वाटत असतात परंतु परीक्षणानंतर ते तसे नाहीत हे सिद्ध होते.' म्हणून तर्कशास्त्रात तर्कदोषाची कल्पना ही मानसशास्त्रीय स्वरुपाची आहे.

तर्कदोष हे पद नैगमनिक अवैधता तसेच वैगमनिक कमतरतेच्या संदर्भात वापरले जाऊ शकते.

### ६.२ तर्कदोष अभ्यासाचा हेतू :

**तर्कदोषांचा अभ्यासाचा उपयोग आपल्याला खालील प्रमाणे होतो.**

(१) युक्तिवादातील प्रमाद जाणून घेणे, दुर्बल तर्कांचा निर्देश करून त्यांना समजून घेणे.

(२) तर्कदोषांविषयीची जागरूकता परिस्थितीविषयक सत्याच्या समीप घेऊन जाते.

(३) युक्तिवादातील तर्कदोष जाणून घेतल्याने आपल्या युक्तिवादात होणारे प्रमाद टाळण्यास मदत होते.

(४) इतरांच्या युक्तिवादातील तर्कदोष जाणून घेता येतात. त्यामुळे कोणत्याही व्यक्तीची दिशाभूल होणार नाही.

## ६.३ तर्कदोषांचे वर्गीकरण:

तर्कदोषाचे संपूर्ण वर्गीकरण करणे शक्य नाही. कारण अगणित पद्धतीने तर्कदोष निर्माण होत असतात.

तर्कशास्त्रात तर्कदोषांचे दोन गटात वर्गीकरण केले जाते.

(१) आकारिक (२) न – आकारिक

### (१) आकारिक तर्कदोष :

आकारिक तर्कदोष हे युक्तिवादाच्या आकारावर आधारित असतात. तर्कशास्त्रात विविध प्रकारच्या युक्तिवादांचा विचार केला जातो. नैगमनिक युक्तिवादाची वैधता युक्तिवादाच्या आकारावर अवलंबून असते, जी की निश्चित नियमांनी नियंत्रित असते. जेव्हा तर्कशास्त्राच्या कोणत्याही नियमाचे उल्लंघन होते तेव्हा आकारिक तर्कदोष घडतो.

**कृती – १**

| उदा. (1) | | उदा. (2) |
|---|---|---|
| | $p \supset q$ | $G \supset K$ |
| | $p$ | $K$ |
| | $\therefore q$ | $\therefore G$ |

**वरील उदाहरणापैकी तुम्हाला कोणता युक्तिवाद तर्कदोषयुक्त वाटतो ? का ?**

..................................................

### (२) न – आकारिक तर्कदोष :

न – आकारिक तर्कदोष युक्तिवादाच्या आशयावर आधारित असतो. वैगमनिक युक्तिवादाची वैधता त्याच्या आशयावर आधारित असते आणि तिला न-आकारिक वैधता असे म्हणतात. न-आकारिक तर्कदोष भाषेच्या संदिग्ध वापरामुळे निर्माण होतात.

उदा. १. असंबद्ध निष्कर्ष

२. शब्दांचा संदिग्ध वापर

३. सामूहिक किंवा वितरित पदांचा अयोग्य वापर

४. अपवादाच्या नियमांचा अयोग्य वापर

## ६.४ न – आकारिक तर्कदोषाचे वर्गीकरण पुढीलप्रमाणे होऊ शकते. :

(१) विभाजन (एकैकाभास) तर्कदोष

(२) समूहाभास तर्कदोष

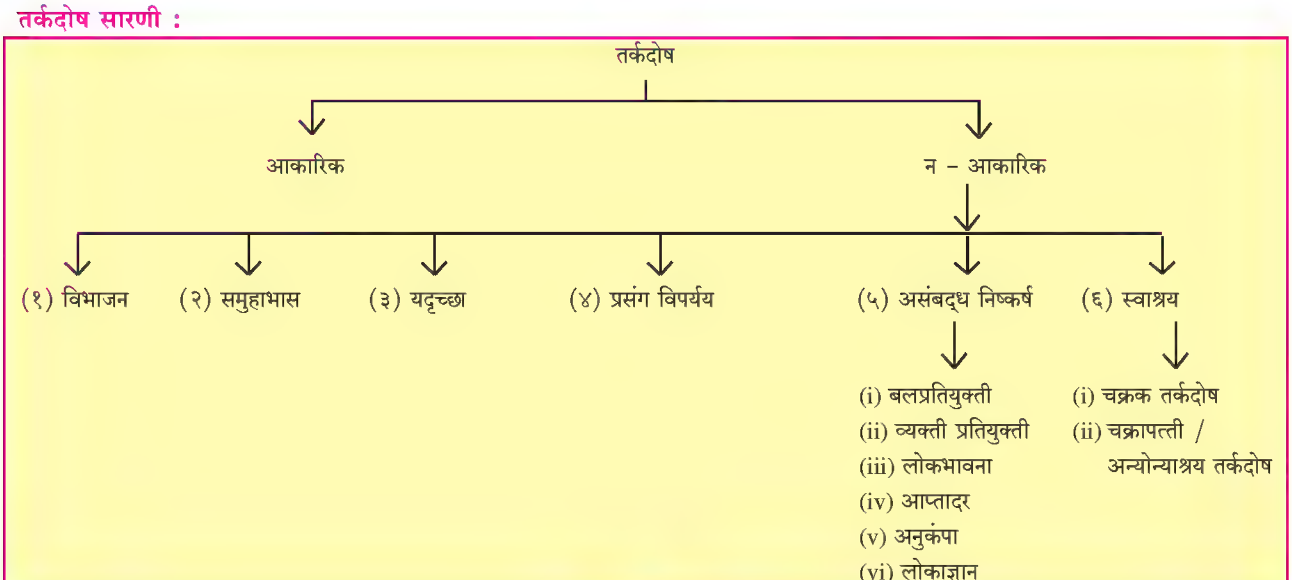
(३) यदृच्छेचा (स्वराघात) तर्कदोष

(४) प्रसंग विपर्याय तर्कदोष / अपवाद तर्कदोष

(५) असंबद्ध निष्कर्ष तर्कदोष / अप्रासंगिक निष्कर्ष तर्कदोष

(६) स्वाश्रय तर्कदोष / बहुप्रश्नाभास तर्कदोष

**तर्कदोष सारणी :**



### (१) विभाजन तर्कदोष – (Fallacy of Division)

जेव्हा आपण समुहवाचक पदापासून वितरणात्मक पदाचे चुकीचे अनुमान करतो. तेव्हा विभाजन तर्कदोष संभवतो, समूहवाचक पद म्हणजे एखादा गुणधर्म वर्गातील सदस्यांचा समूह म्हणून त्या वर्गाचा असतो.

**उदा.** या टोपलीतील आंब्याचे वजन ५ किलो आहे. याचा अर्थ सर्व आंबे एकत्रित धरल्यास त्याचे वजन ५ किलो आहे. याठिकाणी 'वजन' हे पद समूहवाचक रूपाने वापरले आहे.

पदाचा वितरणात्मक वापर म्हणजे एखादा गुणधर्म समूहातील प्रत्येक वस्तूच्या ठिकाणी आहे, असे म्हणणे होय.

उदा. जेव्हा आपण असे म्हणतो की 'टोपलीतील सर्व आंबे गोड आहेत' याचा अर्थ प्रत्येक आंबा गोड आहे. म्हणून 'गोड' हे पद या ठिकाणी वितरणात्मक रूपाने वापरले आहे.

विभाजन तर्कदोष दोन प्रकारे निर्माण होतो. :

#### (१) वर्गाकडून सदस्याकडे :

उदा. महाविद्यालयाचा क्रिकेट संघ उत्तम आहे. हितेन हा त्या संघाचा सदस्य असल्याने तो देखील उत्तम खेळाडू आहे. असा युक्तिवाद तर्कदोष निर्माण करणारा ठरतो.

#### २. समग्राकडून भागाकडे (समष्टीकडून घटकाकडे) :

उदा. एखादी वस्तू जसे की यंत्र हे अवजड आहे. म्हणून या यंत्राचा प्रत्येक भाग अवजड आहे. असा युक्तिवाद तर्कदोषयुक्त ठरतो.

**व्याख्या :** जे वर्गाबाबत सत्य असते ते सदस्याच्या बाबतीतही स्वतंत्रपणे सत्य असते किंवा जे समष्टीबाबत सत्य असते. ते त्याच्या प्रत्येक भागाविषयी सत्य असते. असा चुकीचा युक्तिवाद जेंव्हा केला जातो तेव्हा त्या ठिकाणी विभाजन तर्कदोष होतो.

**उदाहरणे :**

(i) रूपयाच्या नाण्यांनी भरलेली पिशवी अवजड आहे. म्हणून त्या पिशवीतील प्रत्येक नाणं अवजड आहे.

या उदाहरणात असा चुकीचा युक्तिवाद केला गेला आहे की, रूपयाच्या नाण्यांनी भरलेली पिशवी जड आहे. म्हणून पिशवीतील प्रत्येक नाणे जड आहे.

(ii) पाणी हे द्रव आहे, म्हणून पाण्याचे घटक हायड्रोजन व ऑक्सीजन हे देखील द्रव आहेत.

या उदाहरणात असा चुकीचा युक्तिवाद केला आहे की, जे पाण्याच्या बाबतीत समग्रतेने सत्य आहे. ते द्रव आहे. ते त्यांच्या हायड्रोजन आणि ऑक्सिजन या घटकांच्या बाबतीत ही स्वतंत्रपणे सत्य आहे.

**कृती – २ :**

अनिता अवाढव्य इमारतीत राहते. म्हणून तिची सदनिका देखील अवाढव्य आहे.

**वरील युक्तीवादात विभाजन तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

..................................................................................

..................................................................................

### (२) समूहाभास तर्कदोष (Fallacy of Composition) :

जेव्हा आपण वितरणात्मक पदापासून समूहवाचक पदाचे चुकीचे अनुमान करतो. तेव्हा समूहभास तर्कदोष होतो.

समूहाभास तर्कदोष हा विभाजन तर्कदोषाच्या विरूद्ध आहे.

समूहाभास तर्कदोष सुद्धा दोन प्रकारे उद्भवतो. :

#### (१) सदस्याकडून वर्गाकडे :

उदा. एखादे मूल शारीरिक दृष्ट्या कमकुवत आहे. म्हणजे त्या वर्गातील सर्व मुले (समूह) देखील शारीरिक दृष्ट्या कमकुवत आहेत. असा युक्तिवाद तर्कदोष होऊ शकतो.

### (२) भागाकडून समष्टीकडे :

उदा. एखाद्या इमारतीची प्रत्येक वीट ही वजनाने हलकी आहे. म्हणून त्या विटांची इमारत देखील वजनाने हलकीच असली पाहिजे. असा युक्तिवाद तर्कदोषयुक्त आहे.

**व्याख्या :** 'जे सदस्याविषयी स्वतंत्रपणे सत्य असते ते वर्गाविषयी सत्य असते किंवा प्रत्येक भागाबाबत सत्य असते ते समष्टी विषयी सत्य असते.' असा चुकीचा युक्तिवाद जेव्हा केला जातो, तेव्हा त्या ठिकाणी समूहाभास तर्कदोष होतो.

**उदाहरणे :**

(१) संत्र्यांचा रस चविष्ट आहे. आईस्क्रीम चविष्ट आहे. माशाची आमटी चविष्ट आहे. म्हणून या तिन्हींचे मिश्रण देखील चविष्ट असते.

या उदाहरणात असा चुकीचा युक्तिवाद आहे की जे प्रत्येक भागांच्या बाबतीत स्वंतत्रपणे सत्य आहे, ते या तिन्हींच्या एकत्रित तयार झालेल्या मिश्रणाच्या बाबतीतही सत्य आहे.

(२) या पुस्तकातील प्रत्येक प्रकरण लहान आहे. म्हणून हे पुस्तक देखील लहानच आहे.

या उदाहरणात असा चुकीचा युक्तिवाद आहे की, 'जे प्रत्येक प्रकरणाच्या बाबतीत स्वतंत्रपणे सत्य आहे, ते संपूर्ण पुस्तकाच्या बाबतीतही सत्य आहे.'

**कृती – ३ :**

सीता, गीता, आणि नीता या ११ वी 'अ' च्या विद्यार्थीनी हुशार आहेत. म्हणून ११ 'अ' चा वर्ग हुशार आहे.

**वरील युक्तिवादात समूहाभास तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

............................................................................

............................................................................

### (३) यदृच्छा (प्रसंग) तर्कदोष : (Fallacy of Accident) :

नियमांचा अपवादात्मक परिस्थितीत चुकीचा वापर केल्याने अशा स्वरूपाचा तर्कदोष निर्माण होतो.

समाजात काही नैतिक, कायदेविषयक, शैक्षणिक किंवा सामाजिक नियम / तत्त्वे असतात. सामान्य परिस्थितीत या नियमांचे पालन आवश्यक असते. पण याचा अर्थ असा नाही की, काही विशिष्ट अपवादात्मक परिस्थितीत देखील त्या नियमांचे पालन आवश्यक असले पाहिजे. याचाच अर्थ असा की, व्यावहारिक दृष्ट्या प्रत्येक नियमाचा अपवाद असतो. म्हणून विशेष, किंवा अपवादात्मक परिस्थितीत ते नियम लागू करता येत नाहीत.

**व्याख्या :** जेव्हा असा युक्तिवाद केला जातो की, 'सामान्य नियम म्हणून एखादे सत्य असेल तर ते विशेष परिस्थितीत ही सत्य असते.' तेव्हा प्रसंग तर्कदोष होतो.

**उदाहरणे :**

(१) एखाद्याला शारीरिक दृष्ट्या सुदृढ रहायचे असेल तर नियमित चालणे आवश्यक आहे. म्हणून पायाचा अस्थिभंग झालेल्या व्यक्तीने सुद्धा नियमित चालले पाहिजे.

या उदाहरणात नियमित चालणे आवश्यक आहे. हा सामान्य नियम 'पायाचा अस्थिभंग' या अपवादात्मक परिस्थितीत लागू केला आहे. म्हणून या युक्तिवादात प्रसंग तर्कदोष घडतो.

(३) प्रत्येकाने नेहमी खरे बोलले पाहिजे. म्हणून जेव्हा वैद्य एखाद्या मरणासन्न रूग्णाला म्हणतो की, त्याच्या प्रकृतीत सुधारणा होत आहे आणि तो लवकर बरे होईल. तेव्हा त्या वैद्यकांचे बोलणे चुकीचे आहे.

या उदाहरणात सामान्य नियम 'नेहमी खरे बोलावे' हा अपवादात्मक परिस्थितीत (मरणासन्न रूग्ण) लावला आहे. म्हणूनच इथे प्रसंग तर्कदोष घडलेला आहे.

**कृती – ४ :**

रक्त सांडणे हे चूक आहे. म्हणून शल्यचिकित्सकाने रूग्णाची शल्यचिकित्सा करता कामा नये.

**वरील युक्तिवादात यदृच्छा तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हांला का वाटते? स्पष्ट करा.**

..................................................................................

..................................................................................

### (४) प्रसंग विपर्यय तर्कदोष (Converse fallacy of Accident) :

नियमांचा अपवादात्मक परिस्थितीत चुकीचा अर्थ घेतल्याने अशा स्वरूपाचा तर्कदोष निर्माण होतो. हा प्रसंग तर्कदोषाच्या विपरीत तर्कदोष आहे. कोहेन आणि नागेल यांच्या मते, 'काही प्रासंगिक सत्ये ही निश्चित स्वरूपाची सत्ये असू शकतील. परंतु अशा प्रासंगिक सत्यांच्या माध्यमातून सामान्य नियमांप्रद जाणे अप्रस्तुत आहे.' याचाच अर्थ असा की, जे काही प्रासंगिक किंवा अपवादात्मक परिस्थितीत सत्य असते, ते सामान्यपणे सत्य असणे गरजेचे नाही. या तर्कदोषात विशेष किंवा अपवादात्मक परिस्थितीच्या आधारे सामान्य नियम प्रस्थापित करण्याचा प्रयत्न केला जातो.

**व्याख्या :** जेव्हा आपण असा युक्तिवाद करतो की जे विशेष किंवा अपवादात्मक स्थितीत सत्य असते. ते सामान्य स्थितीतही सत्यच असते. तेंव्हा प्रसंग विपर्याय तर्कदोष निर्माण होतो.

**उदाहरणे :**

(१) रूग्णवाहिकेस एखाद्या वाहनाच्या पुढे जाण्याचा किंवा वाहतूकीचे नियम भंग करण्याचा अधिकार आहे. म्हणून प्रत्येक वाहनास वाहतुकीचे नियम भंग करण्याचा अधिकार आहे.

या उदाहरणात असा युक्तिवाद आहे की विशेष परिस्थितीत सत्य आहे. उदा. रूग्णवाहिकेस वाहतूकीचे नियम भंग करण्याचा अधिकार आहे. ते सामान्य परिस्थितीतही (सर्व वाहन) सत्य आहे.

(२) दृष्टी दिव्यांगांना परीक्षेसाठी लेखनिक दिला जातो. म्हणूनच प्रत्येक विद्यार्थ्यास लेखनिक दिला पाहिजे.

या उदाहरणात असा युक्तिवाद आहे की, जे विशेष किंवा अपवादात्मक स्थितीत (दृष्टी दिव्यांग विद्यार्थ्यांना लेखनिक दिला जातो.) सत्य आहे. ते सामान्य स्थितीतही (प्रत्येक विद्यार्थ्यांना लेखनिक दिला पाहिजे.) म्हणून हा तर्कदोष घडतो.

**कृती – ५ :**

श्रीयुत 'क्ष' त्यांच्यावर शल्य चिकित्सा होताना मरण पावले. म्हणून शल्य चिकित्सकाना रूग्णावर शल्यचिकित्सा करण्याची परवानगी देऊ नये.

**वरील उदाहरणात प्रसंग विपर्याय तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

..................................................................................

..................................................................................

### (५) अप्रस्तुत निष्कर्ष तर्कदोष (Fallacy of Ignoratio Elenchi) :

'इग्नोरेशिओ एलेंकाय' ही लॅटीन अभिव्यक्ती आहे. त्याला अप्रस्तुत निष्कर्ष तर्कदोष असे म्हणतात.

या तर्कदोषात निष्कर्ष असंबध्द असतात. येथे आधार विधाने निष्कर्षाशी संबंधित नसतात, म्हणून आधार विधानातून आपण निष्कर्षापर्यंत पोहचू शकत नाहीत. युक्तिवाद अशा रीतीने प्रस्तुत केले जातात की ऐकणाऱ्याची ते युक्तिवाद बरोबर आहेत अशी दिशाभूल होते. अप्रस्तुत निष्कर्ष तर्कदोष हा तर्कदोषांचा समूह आहे. आपण त्या प्रत्येक तर्कदोषाचा सविस्तर अभ्यास करणार आहोत.

### (१) बलप्रतियुक्ती तर्कदोष (Argumentum ad Baculum) :

या तर्कदोषात प्रतिस्पर्ध्याने आपला युक्तिवाद मान्य करावा, यासाठी शक्तीच्या किंवा भीतीच्या भावनेला आवाहन केले जाते. आवाहन नेहमी शारीरिक बलाच्या सामर्थ्यावरच केले जाते असे नाही तर ते अशारीरिक

स्वरूपाचे देखील असू शकते. म्हणजेच ते मानसिक त्रास, सामाजिक बहिष्कार किंवा युद्धाचे दडपण इत्यादी मार्गाने प्रतिस्पर्ध्याच्या मनात भीती निर्माण केली जाते आणि ज्याच्या दबावाखाली प्रतिस्पर्ध्याला ते मत स्वीकारावे लागते. तर्कशास्त्रत तेंव्हाच अचूक निष्कर्ष काढले जातात. जेंव्हा आपण त्याची योग्य कारणे देतो.

**व्याख्या :** जेव्हा एखाद्या व्यक्तीकडे बौद्धिक / तर्कसंगत युक्तिवाद नसेल, तो दडपण, भीती किंवा बलाचा वापर करत असेल तेव्हा बलप्रतियुक्ती निष्कर्ष तर्कदोष निर्माण होतो.

हा तर्कदोष 'बळी तो कान पिळी' या म्हणीवर आधारित असतो.

**उदाहरणे :**

(१) शिक्षक विद्यार्थ्यांना म्हणतो 'जर तुम्ही तासाला बसणार नसाल तर मी तुम्हाला नापास करेन.'

या उदाहरणात शिक्षक विद्यार्थ्यावर नापास करण्याचे दडपण आणतो. त्यामुळे विद्यार्थ्यांच्या मनात भीती निर्माण होते व त्या दडपणाखाली विद्यार्थी तासांना उपस्थित राहतात.

(२) उद्योजक त्यांच्या कामगारांना म्हणतो 'जर तुम्ही संघटनेचे सदस्य झालात तर मला तुम्हाला कामावरून काढून टाकण्याचा गंभीरपणे विचार करावा लागेल.'

या उदाहरणात उद्योजक कामगारांवर कामावरून काढून टाकण्याचे दडपण आणतो. त्यामुळे त्यांच्या मनात भीती निर्माण होते व ते दडपणापोटी संघटनेचे सदस्य बनत नाहीत.

**कृती – ६ :**

युद्धात सैनिक शत्रुला म्हणतो, 'शरण ये किंवा मर'

या उदाहरणात बलप्रतियुक्ती तर्कदोष **निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

..............................................................................

..............................................................................

### (२) व्यक्ती प्रतियुक्ती तर्कदोष (Argumentum ad Hominem) :

हा अतिशय प्राचीन आणि वर्तमान काळात अतिशय प्रचलित असलेला तर्कदोष आहे.

**व्याख्या :** जेव्हा एखादी व्यक्ती आपला युक्तिवाद सिद्ध करण्यासाठी अचूक कारणे देण्याऐवजी, प्रतिस्पर्ध्याचे चारित्र्य, आचरण, प्रतिष्ठा (समजुती किंवा मत), पार्श्वभूमी किंवा गतदृष्टिकोन जे की वर्तमान परिस्थितीशी असंबध्द असतात, त्यांच्या आधारे व्यक्तिगत हल्ला करून त्याच्या मताचे खंडन करतो, तेंव्हा व्यक्ती प्रतियुक्ती तर्कदोष निर्माण होतो.

'Argumentum ad Hominem' या पदाचा शब्दशः अर्थ 'व्यक्ती विरुद्ध हल्ला' असा होतो. आधुनिक तर्कशास्त्रात त्यास **'tu quoque'** तर्कदोष असे म्हणतात, ज्याचा अर्थ 'तू ही तसाच आहेस' असा होतो.

अशा प्रकारचे तर्कदोष प्रामुख्याने न्यायालय, राजकारण, वादविवाद, इ. ठिकाणी घडून येताना दिसतात.

**उदाहरणे :**

(१) जर तू तुझ्या मुलीला महिला महाविद्यालयात पाठवले असेल तर तू सह-शिक्षणाबाबत कसे बोलू शकतोस?

या उदाहरणात स्वत:च्या युक्तिवादाची योग्य कारणमीमांसा करण्याऐवजी प्रतिस्पर्ध्याच्या आचरणांवर हल्ला केला आहे. जसे – 'स्वत: च्या मुलीला महिला महाविद्यालयात प्रवेशित केले.'

(२) 'मी तुला शिरस्त्राण घातलेले कधीच पाहिले नाही. मग मी सायकलवर स्वार होताना शिरस्त्राण घातले पाहिजे, असे म्हणण्याचा तुला अधिकार काय?'

या उदाहरणात स्वत:च्या युक्तिवादाची योग्य कारणमीमांसा करण्याऐवजी प्रतिस्पर्ध्याच्या आचरणावर हल्ला केला आहे. जसे –'तू स्वत: सायकलवर स्वार होताना शिरस्त्राण घालत नाहीस.'

**कृती – ७ :**

'मागच्या परीक्षेत तुला नक्कल करताना मी पाहिले आहे. मग तू माझ्यावर नक्कल करण्याचा आरोप कसा करू शकतोस?'

**वरील उदाहरणात व्यक्ती प्रतियुक्ती तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

............................................................................

............................................................................

### (३) लोकभावना तर्कदोष (Argumentum ad Populum) :

आय. एम. कोपी Argumentum ad Populum यास लोकभावनेस आवाहन असे म्हणतो. याठिकाणी एखाद्याचा दृष्टिकोन प्रस्थापित करण्यासाठी योग्य कारणमीमांसा करण्याऐवजी इतरांच्या भावनांना आवाहन केले जाते.

**व्याख्या :** निष्कर्षाचे सत्य प्रस्थापित करण्यासाठी जेव्हा लोकांच्या भावनांना किंवा जाणिवांना आवाहन करून युक्तिवाद केले जाते. जे निष्कर्षाशी असंबंधित असते. तेव्हा लोकभावना तर्कदोष निर्माण होतो.

प्रचारक हे लोकांच्या भावना चेतवण्यासाठी सहजपणे या युक्तिवादाचा वापर करतात. कधी कधी यासाठी भावनिक भाषेचा वापर केला जातो. जो विषयाशी संबंधित नसतो.

उदा. राजकीय पक्ष मते मिळविण्यासाठी भावनिक भाषेचा वापर करतात.

**उदाहरणे :**

(१) 'मोबाईलचे एक विशिष्ट मॉडेलच बाजारात खूप प्रसिद्ध आहे. तुला माहिती नाही का सर्वात जास्त खप त्याच मॉडेलचा आहे?'

या उदाहरणात मोबाईलच्या विशिष्ट मॉडेल खरेदी करण्यासाठी लोकांच्या भावनेला आवाहन करण्यात आले आहे.

(२) 'हुंडा प्रथेवर तू कसा टीका करू शकतोस? तू स्वतःला आपल्या पूर्वजांपेक्षा शहाणा समजतोस का?'

या उदाहरणात हुंडा प्रथेचे समर्थन करण्यासाठी लोकांच्या भावनाना आवाहन करण्यात आले आहे.

**कृती – ८ :**

'विवाहीत मुलींनी साडी नेसलीच पाहिजे. तुला माहिती नाही का की आपल्या आजी – पणजीने वर्षानुवर्षे तेच केले आहे.'

**वरील उदाहरणात लोकभावना तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

............................................................................

............................................................................

### (४) आप्तादर तर्कदोष : (Argumentum ad Verecundiam)

आपण स्वत: नेहमीच सर्व काही सिद्‌ध करू शकत नाही. म्हणून आपल्याला आप्तांचे दृष्टिकोनही स्वीकारावे लागतात. परंतु बरेचदा आपण ज्या आप्ताचा / तज्ज्ञाचा उल्लेख करतो ती व्यक्तीही योग्य नसते.

**व्याख्या :** या तर्कदोषात योग्य पुराव्याच्या आधारे आपला दावा / युक्तिवाद सिद्‌ध करण्याऐवजी अयोग्य तज्ज्ञाचा किंवा आप्तांचा हवाला दिला जातो.

चर्चेच्या अनुषंगाने व्यक्तीस योग्य ज्ञान नसल्याने आपले मत सिद्‌ध करण्यासाठी ती व्यक्ती अयोग्य आप्त व्यक्तींचा हवाला देते.

आपल्या उत्पादनाचा जास्त खप व्हावा. यासाठी जाहिरातदार प्रसिद्‌ध व्यक्तीच्या लोकप्रियतेचा फायदा घेतात. आणि ती वस्तू चांगली असल्याचे भासवून सामान्य व्यक्तींना खरेदी करण्यास प्रवृत्त केले जाते. तेव्हा आप्तादर तर्कदोष निर्माण होतो.

**उदाहरणे :**

(१) प्रथितयश कलाकार दावा करतो की विशिष्ट केशतेल चांगले आहे. म्हणून ते चांगले असलेच पाहिजे.

या उदाहरणात प्रथितयश कलाकार ही आप्त व्यक्ती म्हणून आवाहन करते. परंतु केशतेल चांगले आहे हे ठरवण्यासाठी कलाकार हा अयोग्य आप्तव्यक्ती आहे.

(२) मला खात्री आहे की हे शीतपेय खूप चांगलेच असले पाहिजे. कारण प्रसिद्ध क्रिकेटपटू यांची जाहिरात करतो.

या उदाहरणात एक क्रिकेटपटू आप्तव्यक्ती म्हणून आवाहन करत आहे. परंतु शीतपेय चांगले आहे हे ठरवण्यासाठी क्रिकेटपटू ही अयोग्य आप्तव्यक्ती आहे.

**कृती – ९ :**

तू संशय कसा दाखवू शकतोस? माझ्या मित्राने मला सांगितले की चित्रपट खूप चांगला आहे.

**वरील उदाहरणात आप्तादर तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

..................................................................

..................................................................

### (५) अनुकंपा तर्कदोष : (Argumentum ad Misericordiam)

या तर्कदोषात आपला निष्कर्ष सिद्ध करण्यासाठी अनुकंपा किंवा सहानुभूतीच्या भावनांना आवाहन केले जाते. हे दयापूर्ण आवाहन निष्कर्षरूपी सत्याशी तार्किकदृष्ट्या सुसंबद्ध नसते.

**व्याख्या :** जेव्हा एखादी व्यक्ती आपल्या युक्तिवादास आधार देण्यासाठी अनुकंपा किंवा सहानुभूतीचे आवाहन करत असेल तेंव्हा त्या ठिकाणी अनुकंपा तर्कदोष निर्माण होतो.

हे न्यायालयात सर्रास घडते. जेव्हा बचाव पक्षाचा वकील अशीलाच्या बचावासाठी योग्य कारणे देण्यास असमर्थ ठरतो, तेंव्हा तो अशीलाची शिक्षा माफ व्हावी यासाठी शेवटचा प्रयत्न म्हणून सहानुभूतीचे आवाहन करतो.

**उदाहरणे :**

(१) 'न्यायाधिश महोदय, माझी अशील जी की सुंदर तरूण विधवा आहे. तिचा चेहरा अश्रुने माखलेला आहे आणि तिच्या हातात तिचे एक नवजात शिशू आहे, अशा अतिशय दु:खी अवस्थेत असल्यामुळे तिच्यावर सहानुभूती दाखवावी असे नम्र आवाहन करतो.'

या उदाहरणात एक वकील त्याच्या अशीलास न्यायाधिशांनी माफी द्यावी. यासाठी सहानुभूतीच्या भावनेचे आवाहन करतो.

(२) 'महोदय, मला क्षमा करावी अशी मी विनंती करतो, मी परीक्षेत निसंशय नक्कल केली त्याबद्दल अपराधी आहे. परंतु तुम्हाला माहिती आहे की माझ्या वडीलांचे निधन झाले आहे आणि माझी आई मागील दोन वर्षापासून कर्करोगाने त्रस्त आहे. माझ्या कुटुंबातील सर्वात मोठा म्हणून माझ्या आजारी आईची व लहान भावडांची काळजी मलाच घ्यावी लागते. म्हणून मी परीक्षेची तयारी करू शकलो नाही.'

या उदाहरणात शिक्षकाने क्षमा करावी यासाठी विद्यार्थी त्याला आधार मिळावा यासाठी सहानुभूतीचे अपेक्षा करत आहे.

**कृती – १० :**

'कृपया मला कामावरून काढू नका, मला खरोखर त्याची गरज आहे. माझे वडील अंथरूणाला खिळलेले आहेत. मी एकुलता एक मुलगा असल्याने माझ्या वृद्ध पालकांची मला काळजी घ्यावी लागते.'

**वरील उदाहरणात अनुकंपा तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

..................................................................

..................................................................

### (६) लोकाज्ञान तर्कदोष : (Argumentum ad Ignorantiam)

**व्याख्या:** 'जेव्हा प्रतिपक्षाच्या ज्ञानाच्या अभावाचा वा अज्ञानाचा आपल्या मताच्या समर्थनासाठी वापर केला जातो, तेव्हा लोकाज्ञान तर्कदोष निर्माण होतो.'

प्रतिपक्ष जेव्हा एखादे विधान असत्य आहे, हे सिद्ध करू शकत नाही. म्हणून ते विधान सत्य आहे. असा युक्तिवाद केला जातो किंवा प्रतिस्पर्ध्याकडे सत्य सिद्ध करण्यासाठी पुरावा नाही. म्हणून त्यांचे विधान असत्य आहे असा युक्तिवाद केला जातो. तेव्हा लोकाज्ञान तर्कदोष निर्माण होतो.

या ठिकाणी आपले विधान सिद्ध किंवा असिद्ध कसे करावयाचे याविषयीचे अज्ञान, विधानाची सत्यता किंवा असत्यता स्पष्टपणे प्रस्थापित करू शकत नाही. अशा स्वरूपाचे युक्तिवाद न्यायालयात दोषपूर्ण ठरत नाहीत. कारण मार्गदर्शक तत्त्वानुसार 'न्यायालय हे गृहित धरते की जोपर्यंत गुन्हा सिद्ध होत नाही तोपर्यंत ती व्यक्ती निर्दोष आहे.'

**उदाहरणे :**

(१) श्री. पीटर यांच्या मते ते धाडसी आहेत. कारण त्यांना आतापर्यंत ते तसे नाहीत हे कोणीही सांगितले नाही.

या उदाहरणात प्रतिस्पर्धाच्या अज्ञानाचा फायदा घेतला जातो कारण की, प्रतिपक्षाकडे हा पुरावा नाही की 'पीटर धाडसी नाही.' म्हणून पीटरचे विधान तो धाडसी आहे हे सत्य ठरते. 'मी धाडसी आहे.'हे सिद्ध करतो.

(२) भूत अस्तित्वात असल्याचे आजपर्यंत कोणीही सिद्ध केले नाही. म्हणून भूत अस्तित्वात नाही.

या उदाहरणात अज्ञानाचा फायदा घेऊन म्हणजे 'भूत अस्तित्वात असल्याचा पुरावा नाही' म्हणून भूत अस्तित्वात नाही. हे सत्य मानले जाते.

**कृती – ११ :**

आतापर्यंत कोणीही आत्म्याचा मृत्यू असल्याचे सिद्ध केलेले नाही. म्हणून आत्मा अमर आहे.

**वरील उदाहरणात लोकाज्ञान तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हांला का वाटते? स्पष्ट करा.**

.....................................................................

.....................................................................

### (६) स्वाश्रय तर्कदोष : (Petitio Principii)

स्वाश्रय तर्कदोष हा अनुमानापेक्षा सिद्धतेचा तर्कदोष आहे. या संदर्भात हे लक्षात ठेवले पाहिजे की, आधार विधाने ही तार्किकदृष्ट्या निष्कर्षाच्या सत्याशी असंबद्ध नसतात. तर निष्कर्ष प्रस्थापित करण्याचा जो हेतू असतो त्याच्याशी आधार विधाने तार्किक दृष्ट्या असंबद्ध असतात.

'Petitio Principii' तर्कदोष ' Begging the Question' या नावाने ज्ञात आहे. स्वाश्रय याचा अर्थ जे सिध्द करावयाचे ते गृहित धरणे.

उदा. भिकाऱ्यांना दान देणे योग्य नाही. कारण ते तुमचे कर्तव्य आहे. या ठिकाणी आधार विधानातच निष्कर्ष समाविष्ट आहे. म्हणून या ठिकाणी स्वाश्रय तर्कदोष निर्माण झाला आहे.

याचे दोन प्रकार सांगितले जातात.

#### (१) चक्रक तर्कदोष : (Hysteron Proteron)

एका शब्दाला जेव्हा पर्यायी शब्द वापरुन जेव्हा एखाद्या विधानाचे सत्य प्रस्थापित केले जाते. तेव्हा चक्रक तर्कदोष होतो. म्हणजे जे आधार विधानात दिलेले असते, त्याचीच पुनरावृत्ती वेगळ्या परंतु समान अर्थ असलेल्या शब्दांद्वारे निष्कर्षात दिलेली असते.

**उदाहरणे :**

(१) हा कपडा पारदर्शी आहे. कारण आपण त्यातून आरपार पाहू शकतो.

या उदाहरणात आधार विधानाची (त्यातून आरपार पाहू शकतो) पुनरावृत्ती निष्कर्षात (कपडा पारदर्शी आहे) झाली आहे. म्हणजेच समान अर्थाच्या दोन वेगवेगळ्या शब्दांचा वापर झाला आहे.

(२) वारा अदृश्य आहे.

कारण आपण तो कधीच पाहू शकत नाही.

या उदाहरणात आधार विधानाची (आपण तो कधीच पाहू शकत नाही) पुनरावृत्ती निष्कर्षात (वारा अदृश्य आहे) झाली आहे. म्हणजेच समान अर्थाच्या दोन वेगळ्या शब्दांचा वापर झाला आहे.

**कृती – १२ :**

राजू विक्षिप्त आहे. कारण त्याचे वर्तन वेड्या माणसासारखे आहे.

**वरील उदाहरणात चक्रक तर्कदोष निर्माण झाला आहे, असे तुम्हाला का वाटते? स्पष्ट करा.**

.......................................................................

.......................................................................

### (२) चक्रापत्ती / अन्योन्याश्रय तर्कदोष :

सामान्यत: स्वाश्रय तर्कदोषात गृहीत धरलेले आधार विधान प्रत्यक्षदर्शी निष्कर्ष नसते. परंतु त्याची सिद्धता निष्कर्षावर अवलंबून असते. यात आधारावर विधानांचा उद्देश हा निष्कर्षाचा विधेय होतो. आणि पदाच्या आधारविधानाचा उद्देश निष्कर्षाचा विधेय होतो.

या तर्कदोषाचा तार्किक आकार पुढील प्रमाणे आहे. P हा सत्य आहे, कारण Q हा सत्य आहे. आणि Q हा सत्य आहे, कारण P हा सत्य आहे.

**उदाहरणे :**

(१) मोनिका प्रसिद्ध आहे, कारण ती चित्रपट सृष्टीत आहे. मोनिका चित्रपट सृष्टीत आहे. म्हणून ती प्रसिद्ध आहे.

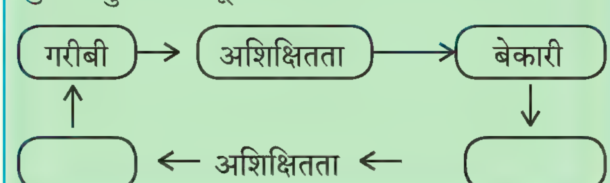
या उदाहरणात आधार विधान म्हणजे मोनिका प्रसिद्ध आहे. म्हणून ती चित्रपट सृष्टीत आहे. निष्कर्षात देखील चक्राकार रूपाने पुन्हा आले आहे.

(२) निरोगी मन हे निरोगी शरीराचे लक्षण आहे आणि निरोगी शरीर हे निरोगी मनाचे लक्षण आहे.

या उदाहरणात आधार विधान हे निष्कर्षात देखील चक्राकार रूपाने पुन्हा आले आहे.

**कृती – १३ :**

पुढील दुष्ट चक्र पूर्ण करा.



## सारांश

- तर्कदोष म्हणजे युक्तिवादातील त्रुटी.
- तर्कदोषांचे दोन प्रकारात वर्गीकरण केले जाते – आकारिक आणि न-आकारिक
- जेंव्हा तर्कशास्त्राच्या कोणत्याही नियमाचे उल्लंघन होते तेंव्हा आकारिक तर्कदोष निर्माण होते.
- दिशाभूल करणाऱ्या भाषेच्या वापरातून न-आकारिक तर्कदोष निर्माण होतात.
- आय. एम. कोपी यांनी न-आकारिक तर्कदोषाचे वर्गीकरण खालील प्रमाणे केले आहे.

१. विभाजन तर्कदोष

२. समूहाभास तर्कदोष

३. यदृच्छा तर्कदोष

४. प्रसंग विपर्यय तर्कदोष

५. असंबद्ध निष्कर्ष तर्कदोष : (अप्रस्तुत निष्कर्ष)

(i) बलप्रतियुक्ती तर्कदोष

(ii) व्यक्तीप्रतियुक्ती तर्कदोष

(iii) लोकभावना

(iv) आप्तादर

(v) अनुकंपा

(vi) लोकाज्ञान

६. स्वाश्रय तर्कदोष :

(i) चक्रक

(ii) चक्रापत्ती / अन्योन्याश्रय

**कृती – १४ :**

जिथे आपण केलेल्या युक्तिवादांमुळे काही तर्कदोष निर्माण झाले असतील अशा आपल्याला आलेल्या अनुभवांची काही उदाहरणे द्या.

## स्वाध्याय

**प्र. १.कंसातील योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.**

(१) जे समूह रूपाने सत्य असते ते विशेषरूपाने ही सत्य असते असा युक्तिवाद जेंव्हा केला जातो, तेंव्हा ………… तर्कदोष निर्माण होतो.

(अ) प्रसंग (ब) प्रसंग विपर्याय

(२) जेव्हा तर्कशास्त्राच्या नियमांचे उल्लंघन होते तेंव्हा ………… तर्कदोष निर्माण होतो.

(अ) न-आकारिक (ब) आकारिक

(३) जेंव्हा सहानुभूतीची याचना केली जाते तेंव्हा ………… तर्कदोष निर्माण होतो.

(अ) आप्तादर (ब) अनुकंपा

(४) ………… तर्कदोष 'बळी तो कान पिळी' या म्हणीवर आधारित असतो.

(अ) बलप्रतियुक्ती (ब) लोकभावना

(५) जे समूहाबद्दल सत्य असते ते प्रत्येक सदस्याबद्दल सत्य असते असा चुकीचा युक्तिवाद ………… तर्कदोष निर्माण करतो.

(अ) विभाजन (ब) समूहाभास

(६) जेंव्हा आधार विधान चक्ररूपाने निष्कर्षात पुनरावृत्ती करते तेंव्हा ………… दोष निर्माण होतो.

(अ) चक्रक (ब) चक्रापत्ती

(७) जेंव्हा ………… चे आवाहन असते तेंव्हा आप्तादर तर्कदोष निर्माण होते.

(अ) अयोग्य आप्त (ब) लोकभावना

(८) जेंव्हा युक्तिवाद चुकीच्या पद्धतीने ………… असा केला जातो की तेंव्हा समूहाभास निर्माण होतो.

(अ) समूहवाचक पदापासून वितरक पदाकडे
(ब) वितरक पदापासून समूहवाचक पदाकडे

(९) एखादे विधान प्रतिपक्षाने असत्य सिद्ध केले नाही म्हणून ते सत्य आहे किंवा ते असत्य आहे कारण सत्य म्हणून सिद्ध केले नाही असा ………… युक्तिवाद तर्कदोष निर्माण करतो.

(अ) लोकाज्ञान (ब) व्यक्ती प्रतियुक्ती

(१०) ………… तर्कदोषात थेट गृहितक असते.

(अ) चक्रक (ब) प्रसंग तर्कदोष

**प्र. २.खालील विधाने सत्य की असत्य ते सांगा:**

(१) व्यक्तीगत कमतरता किंवा उणिवांवर जेव्हा थेट हल्ला केला जातो तेंव्हा व्यक्ती प्रतियुक्ती तर्कदोष निर्माण होतो.

(२) स्वाश्रय तर्कदोषात जे सिद्ध करावयाचे आहे तेच गृहित धरले जाते.

(३) 'जे सदस्याबद्दल सत्य आहे ते समूहाबद्दल सत्य आहे' अशा युक्तिवादात प्रसंग विपर्यय तर्कदोष निर्माण होतो.

(४) लोकभावना तर्कदोषाचे आधुनिक नामकरण 'tu quogue' असे आहे.

(५) जेव्हा धमकीचा वापर केला जातो तेंव्हा अनुकंपा तर्कदोष निर्माण होतो.

(६) जेव्हा निष्कर्ष आधार विधानांशी सुसंगत नसतो तेंव्हा आकारिक तर्कदोष निर्माण होतो.

(७) युक्तिवादातील प्रमाद म्हणजे तर्कदोष.

(८) स्वाश्रय तर्कदोषात आधार विधान निष्कर्ष प्रस्थापित करण्याच्या उद्देशाशी असंबद्ध असतात.

(९) अशीलास शिक्षेपासून वाचवण्याचा शेवटचा प्रयत्न म्हणून विभाजन तर्कदोषाचा न्यायालयात वापर केला जातो.

(१०) न्यायालयात लोकाज्ञान तर्कदोष चुकीचा नसतो.

**प्र. ३. जोड्या जुळवा.**

| | (अ) | | (ब) |
|---|---|---|---|
| १. | अप्रस्तुतता | (अ) | लोकांना भावनिक आवाहन |
| २. | स्वाश्रय | (ब) | व्यक्ती विरूद्ध थेट हल्ला |
| ३. | व्यक्ती प्रतियुक्ती | (क) | असंबद्ध निष्कर्ष |
| ४. | लोकभावना | (ड) | सिद्ध करावयाचे गृहित धरणे |

**प्र. ४. खालील दिलेल्या विधानासाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा लिहा.**

(१) युक्तिवादातील दोष.

(२) भाषेच्या संदिग्धतेतून निर्माण होणारा दोष.

(३) तर्कशास्त्राच्या नियमाचा भंग झाल्यामुळे होणारा दोष.

(४) भागाकडून समष्टीकडे जाणारा तर्कदोष

(५) प्रासंगिक घटनेवरुन सामान्य नियमाकडे जाणारा तर्कदोष.

(६) असंबद्ध तर्कदोषाची लॅटिन भाषेतली अभिव्यक्ती.

(७) असा तर्कदोष ज्यात दडपण, भीती निर्माण करुन स्वतःचे मत स्विकारण्यास भाग पाडले जाते.

(८) असा तर्कदोष ज्यात अचूक कारण देण्याऐवजी प्रतिस्पर्ध्याचे चारित्र्य हनन केले जाते.

(९) दया, याचना करुन अशिलाला शिक्षेपासून वाचविण्यासाठी शेवटचा उपाय म्हणून न्यायालयात केलेला युक्तिवाद.

(१०) ख्यातनाम व्यक्तीकडून उत्पादनाच्या विक्रिसाठी केला जाणारा युक्तिवाद.

**प्र. ५. स्पष्ट करा.**

(१) विभाजन तर्कदोष

(२) समूहाभास तर्कदोष

(३) प्रसंग तर्कदोष

(४) प्रसंग विपर्यय तर्कदोष

(५) बलप्रतियुक्ती तर्कदोष

(६) व्यक्तीप्रतियुक्ती तर्कदोष

(७) आप्तादर तर्कदोष

(८) लोकाज्ञान तर्कदोष

(९) लोकभावना तर्कदोष

(१०) स्वाश्रय तर्कदोष

**प्र. ६. खालील युक्तिवादात निर्माण झालेले तर्कदोष कारणासह ओळखा :**

(१) तुम्ही माझ्या उमेदवाराला मत दिले नाही तर तुम्हाला या ठिकाणी रहाणे कठीण होईल.

(२) चेंडू निळा आहे. म्हणून ज्या अणुपासून चेंडू बनतो तो त्याला बनवणारे अणुदेखील निळे आहेत.

(३) रवि सत्यवादी कसा असू शकतो. कारण त्याचा भाऊ असत्य बोलताना आढळतो.

(४) आपण माणसाचा कधीच साधन म्हणून वापर करू नये, म्हणून आपले ओझे वाहून नेण्यासाठी हमाल करू नये.

(५) कादंबरी रंजक आहे. कारण अनेक जणांनी ती वाचलेली आहे. म्हणून ती रंजक आहे.

(६) लोकशाहीच्या समर्थनासाठी युक्तिवाद करणे निरर्थक आहे. कारण प्रसिद्ध क्रिकेटपटू लोकशाहीच्या विरोधात आहे.

(७) कर्मचारी आपल्या अधिकाऱ्यास म्हणतो, 'महोदय, मला कामावरून काढू नका. मला माझ्या वृद्ध पालकांना आणि लहान मुलाना सांभाळावे लागते, जर माझी नोकरी गेली तर माझे कुटुंब उपासमारीने मरेल. कृपया माझ्यावर दया करा.'

(८) श्रीयुत 'क्ष' पाणउतारा करतात कारण त्यांची वागणुक अपमानास्पद असते.

(९) एक विद्यार्थीनी सत्रांत परीक्षेस अनुपस्थित असल्याने तिला पुरवणी परीक्षेची परवानगी देण्यात आली. म्हणून सर्व विद्यार्थ्यांना पुरवणी परीक्षेची परवानगी दिलीच पाहिजे.

(१०) हे कागदपत्र प्रमाणित आहेत. कारण ते वास्तविक आहेत.

(११) संघटना संपाच्या बाजूने मतदान करणार आहे. संघटनेचा सदस्य म्हणून तू देखील संपाच्या बाजूने मतदान केले पाहिजे.

(१२) तो यशस्वी गृहमंत्री होऊ शकत नाही. कारण तो स्वत:च्या घरातील घडामोडी हाताळू शकत नाही.

(१३) एअर लाईन सर्विस जगात सर्वोत्कृष्ट आहे. तुला माहित नाही का, की ते गेल्या एकदशकापासून लोकांची सेवा करत आहेत.

(१४) हा कायदा गेल्या चाळीस वर्षापासून आहे परंतु आतापर्यंत त्या विरूद्ध कोणीच बोलले नाही. म्हणून हा कायदा बरोबर आहे.

(१५) बाई माझी उत्तरपत्रिका पुन्हा तपासा. त्यात चूक असण्याची शक्यता आहे. मी अनेक आठवड्यापासून खूप अभ्यास करतोय आणि माझे भवितव्य चांगली श्रेणी मिळवण्यावर अवलंबून आहे. तुम्ही मला अनुत्तीर्ण केले तर मी बरबाद होईन. कृपया माझ्यावर दया दाखवा.

(१६) इजा होण्यापासून वाचवण्याची एखाद्याने प्रतिकार करणे समर्थनीय आहे. म्हणून रूग्णास आपल्यावर शल्यचिकित्सा करणाऱ्या वैद्यकास लाथ मारणे समर्थनीय ठरते.

(१७) मुलगी तिच्या मैत्रिणीला म्हणाली ‘‘जर तू माझ्याबरोबर चित्रपट बघायला आली नाहीस तर मी तुझ्याशी कधीच बोलणार नाही.

(१८) आत्मा अमर आहे. कारण तो कधीच मरत नाही.

(१९) प्रसिद्ध सिनेअभिनेत्याने मागच्या बैठकीत सांगितल्याप्रमाणे मला खात्री आहे की आमचा पक्ष निवडणूक निश्चित जिंकेल.

(२०) सैनिकांनी युद्धात शत्रूला ठार मारणे योग्य आहे, म्हणून सैनिकांनी लोकांना ठार मारल्यास काय बिघडते.

(२१) या वर्गातील प्रत्येक विद्यार्थी जागरूक आहे, म्हणून समूहरूपाने हा वर्ग देखील जागरूक आहे.

(२२) मृत्यू नंतर जीवन आहे हे सिद्ध करणारा कोणताही पुरावा नाही. म्हणून मृत्यूनंतर जीवन नाही.

(२३) ‘युवकाच्या वाहन चालवण्यामुळे अपघात’अशी बातमी वर्तमानपत्रात सामान्यपणे वाचनात येते. म्हणून कोणत्याही युवकास वाहन चालवण्याची परवानगी देऊ नये.

(२४) सोडियम क्लोराईड (मीठ) सुरक्षितपणे खाता येते, म्हणून त्याचे घटक असणारे सोडियम आणि क्लोराईड हे त्याचे घटक सुद्धा सुरक्षितपणे खाता येतात.

(२५) कंपनीच्या मुख्याधिकाऱ्यावर केलेल्या आरोपांवर तू विश्वास कसा काय ठेऊ शकतोस?

(२६) ‘पंच समितीचे सभ्य स्त्री पुरूष हो, या दु:खी माणसाकडे पहा जो व्हीलचेअर मध्ये आहे आणि आपल्या पायाचा वापर करू शकत नाही. असा माणूस अपहार करू शकेल काय?’

(२७) तू विक्रीची जाहिरात करणार नसशील तर तुला कामावरून काढले जाईल.

(२८) कलाकार लहरी असतात. हेमंत कलाकार आहे. म्हणून हेमंत लहरी आहे.

❖ ❖ ❖

# प्रकरण ७ तर्कशास्त्राचे उपयोजन

*The better you are at logic, the more likely you are to be the master of your own life than its victim.*

**हे आपणास माहीत आहे का .............**

- तर्कशास्त्राची कौशल्ये कधीही कालबाह्य होऊ शकत नाहीत.
- तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांचे ज्ञान ही यशस्वी जीवनाची गुरूकिल्ली आहे.
- जीवनातील सर्वच क्षेत्रात तर्कशास्त्राचे उपयोजन होते.
- तर्कशुद्ध विचार वैज्ञानिक विचारांपेक्षा व्यापक आहेत.
- संगणक शास्त्र तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांवर आधारित आहे.

तर्कशास्त्रात मूलत: तार्किक विचार किंवा युक्तिवादाचा अभ्यास केला जातो. आपण सर्वजण आपल्याला उपयोगी असलेले निष्कर्ष काढण्यासाठी नेहमीच तर्काचा वापर करतो. तर्कशास्त्राच्या अभ्यासाने योग्य युक्तिवाद करण्याची आणि अयोग्य युक्तिवाद ओळखण्याची क्षमता विकसित होते. हे एक असे कौशल्य आहे की जे प्रत्येक क्षेत्रात तसेच दैनंदिन जीवनातही उपयुक्त आहे. तर आता आपण काही महत्त्वाच्या क्षेत्रातील तर्कशास्त्राचे उपयोजन अभ्यासूया. जसे -कायदा, विज्ञान, संगणक शास्त्र आणि दैनंदिन जीवन.

## ७.१ दैनंदिन जीवनात तर्कशास्त्राचे उपयोजन

*To comprehend is essentially to draw conclusions from an already accepted logical system – Albert Einstein*

तर्कशास्त्र आपल्या दैनंदिन जीवनात अनेक प्रकाराने उपयुक्त ठरते. **आपल्या दैनंदिन व्यवहारात आपणास बरेच निर्णय घ्यावे लागतात. आणि ते तर्कशास्त्राशिवाय शक्य नाही.** दररोज आपणास शुल्लक किंवा गंभीर अशा अनेक परिस्थितींना, समस्यांना किंवा आव्हानांना सामोरे जावे लागते.

उदा : सामान्यतः एखाद्या गृहिणीला उत्तम प्रतिचा किराणा माल खरेदी करण्यासाठी योग्य दुकान निवडणे, बाजारात उपलब्ध असलेल्या अनेक ब्रँड्स मधून एखाद्या कंपनीचा ज्युसर निवडणे, तरूण पिढी समोरील महत्त्वाची आणि आव्हानात्मक स्थिती जसे की करिअर निवडणे, जीवन साथी निवडणे इ.

अशा परिस्थितीत अचूक निर्णय घेण्यासाठी चांगला किंवा युक्त तर्क आवश्यक आहे. जाहिराती, भावना, पूर्वग्रह दूषित मते यामुळे प्रभावित झालेले अविवेकी निर्णय सहायक नसतात. उदा: चांगल्या मार्कांने पास झालेल्या विद्यार्थ्याला विज्ञान, वाणिज्य किंवा कला शाखेत प्रवेश घेण्याआधी विद्यार्थ्याला आपल्या व्यवसायाच्या संदर्भात निर्णय घ्यावा लागतो. त्याचा निर्णय अनेक कारणांमूळे प्रभावित होऊ शकतो जसे की अभियंता बनण्याची समाजातील लोकप्रिय प्रवृत्ती, पालकांची मुलाने डॉक्टर बनण्याची इच्छा, सर्व मित्रांकडून वाणिज्य शाखेत प्रवेश घेण्यासाठी दबाव, नातेवाईकांची कला शाखेत प्रवेश घेण्याविषयीची नापसंती आणि त्याची स्वत:ची गायक बनण्याची इच्छा अशा स्थितीत, परिस्थितीचे विश्लेषण करुन उपलब्ध असलेले पर्याय शोधून, प्राधान्य क्रम ठरवून, स्वतःचे स्वारस्य कौशल्य, क्षमता आणि एखाद्या विशिष्ट क्षेत्रात योग्यता समजून घेऊन तर्कशुद्धपणे विचार करण्याची गरज आहे. यासाठी एखादी व्यक्ती व्यावसायिक मार्गदर्शनही घेऊ शकते. आणि शेवटी योग्य निर्णयाप्रत येऊन पोहोचते. **तर्कशुद्ध विचारांची आपल्याला योग्य वेळी योग्य निर्णय घेण्यास मदत होते.**

**यामुळे आपणास जीवनातील प्रत्येक क्षेत्रात यशस्वी होता येते. हे यश तर्कशुद्ध विचार करण्याच्या आपल्या अंगभूत क्षमतेबद्दलचा आत्मविश्वास वाढवते.**

तार्किक विचार म्हणजे विश्लेषणात्मक किंवा अनुमानात्मक विचार होय. अशा प्रकारच्या विचारांची सुरूवात किशोरावस्थेच्या सुरूवातीला सुरू होते. ती योग्य मार्गदर्शन व प्रशिक्षणाने विकसित करणे गरजेचे आहे. तर्कशास्त्र अमूर्त संकल्पना समजण्याची क्षमता वाढविते. ह्या क्षमतामध्ये परिपक्वतेने सुधारणा होते आणि सरावाने त्या बळकट होतात, म्हणूनच सी. ए. कायदा, युपीएससी, एमपीएससी इ. स्पर्धात्मक परीक्षामध्ये विद्यार्थ्यांच्या आकलनाचा स्तर तपासण्यासाठी तर्कशास्त्रावर आधारित एक प्रश्नपत्रिका असते.

तथापि याचा अर्थ असा नाही की तार्किक पद्धतीने औपचारिक प्रशिक्षण घेतल्याशिवाय आपण तर्कशुद्ध विचार करू शकत नाही. तर्कशुद्ध विचार करणे मानवी मनाचे एक उपजत वैशिष्ट्य आहे. **तर्कशास्त्राचा अभ्यास न केलेल्या व्यक्तीच्या तुलनेत तर्कशास्त्राचा अभ्यास केलेली व्यक्ती जास्त चांगल्या प्रकारे युक्त तर्क करण्यासाठी सक्षम होत असते. सुसंवाद व विचारांचे आदान प्रदान करण्यासाठी तर्कशास्त्राचा उपयोग होतो.** आपले विचार भावना, कल्पना, मते याचे आदान प्रदान करणे हा एक भाषेचा महत्त्वाचा हेतू आहे. तर्कशास्त्राच्या ज्ञानामुळे आपण आपल्या कल्पना सुस्पष्ट व संक्षिप्तपणे मांडण्याची क्षमता वृद्धींगत करून आपले संवाद कौशल्य जास्त अचूक आणि परिपूर्ण बनवू शकतो. आपल्याला जे व्यक्त करायचे ते लोकांना समजण्यासाठी त्या विषयाच्या मांडणीत तार्किक सुसूत्रता असणे आवश्यक आहे. त्यात विसंगती असता कामा नये. त्यातील महत्त्वाचे मुद्दे तार्किक समर्थनासहीत अधोरेखित झाले पाहिजेत. ह्यामुळे केवळ आपल्या कल्पना, भावना, विचार अचूकपणे व्यक्तच नव्हे तर इतरांना खात्रीशीरपणे पटवून देण्यात मदत होते.

**तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांचे ज्ञान आपल्याला इतरांच्या युक्तिवादाचे बारकाईने विश्लेषण करून त्याचे मूल्यमापन करण्यास सक्षम बनविते.** आपल्यामध्ये काटेकोर आणि अचूक युक्तिवाद करण्याची क्षमता विकसित करते. आपल्या दैंनदिन जीवनात विविध क्षेत्रातील लोकांद्वारे बऱ्याच युक्तिवादांकडे आपले लक्ष वेधले जाते. जसे एखादा विक्रेता विशिष्ट कंपनीचे उत्पादन विकत घेण्यास प्रवृत्त करतो. जाहिरातीत सांगितले जाते, अमुक एक उत्पादन इतर तशाच उत्पादनापेक्षा कसे सरस आहे. मित्र / पालक / नातेवाईक जीवनातील महत्त्वाच्या निर्णयाविषयी सल्ला देतात, एखादा राजकीय नेता त्याला व त्याच्या पक्षाला मत देण्याविषयी पटवून देण्याचा प्रयत्न करतो.

तर्कशास्त्राच्या नियमांचे आणि तर्कदोषांचे ज्ञान अशा युक्तिवादाचे मूल्यमापन करण्यास आणि ते योग्य वा अयोग्य ठरविण्यास सक्षम बनविते. एखाद्या युक्तिवादातील तर्कदोष ओळखण्यास मदत होते. जेव्हा आपण विचार करतो, मते मांडतो, वाद विवाद करतो तेव्हा तर्कशास्त्राचे ज्ञान आपणास अचूक युक्तिवाद मांडण्यासाठी व युक्तिवादातील तर्कदोष टाळण्यासाठी मदत करते. अशा प्रकारे तर्कशास्त्र आपणास इतरांच्या युक्तिवादांचे सहजपणे खंडन करून स्वत:चा युक्तिवाद अचूकपणे सिद्ध करण्यास सहाय्यीभूत ठरते. **तर्कशास्त्र चर्चासत्रातही उपयोगी पडते.** जिथे प्रमुख उद्देश चर्चेचा विषय समजून घेऊन सर्वसंमत मतैक्याप्रत पोहोचतो. तर्कदोषाचे आणि व्याख्येचे ज्ञान विषयाचे यथार्थ आकलन होण्यासाठी आणि मतैक्यापर्यंत पोहचण्यासाठी मदत करते.

## ७.२ न्यायप्रक्रियेमध्ये तर्कशास्त्राचे उपयोजन :

**Every legal analysis should begin at the point of reason, continue along a path of logic and arrive at a fundamentally fair result." (Sunrise Lumber V. Johnson, Appeal No. 165)**

तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांचे ज्ञान आपल्यात योग्य तर्क करण्याची क्षमता विकसित करून योग्य आणि अयोग्य तर्कामध्ये फरक करण्याचे प्रशिक्षण देते. ह्याचा वापर इतर क्षेत्रापेक्षा न्यायालयीन कामकाजात प्रकर्षाने आढळून येतो.

युक्तिवाद करणे आणि त्याचे विश्लेषण करणे हे न्यायालयीन प्रक्रियेचे महत्त्वाचे व अनिवार्य अंग आहे. वकिलांना आणि कायद्याच्या विद्यार्थ्यांना तर्कशास्त्राची मूलभूत तत्त्वे अवगत असणे गरजेचे आहे, कारण

तर्कशास्त्राची तत्त्वे कायदेशीर तर्क लढविण्यासाठी आणि नि:पक्षपाती निर्णय घेण्यासाठी उपयोगी पडतात. यात खालील बाबींचा समावेश आहे – १) वैगमनिक युक्तिवाद वापरण्याचे प्राविण्य –उदा. सादृश्यानुमान आणि सरलगणनात्मक युक्तिवादात गतकाळातील अनुभवावर व अनुभवजन्य पुराव्याच्या आधारे निष्कर्ष काढला जातो. ''कायद्याचे राज्य – याचा अर्थ असा की ''समान खटल्यात समान न्याय दिला जावा'' – हे तत्त्व वैगमनिक तर्कावर आधारित आहे. २) कायद्यानुसार एखादा युक्तिवाद युक्त वा दोषयुक्त ठरविताना वकिल, न्यायमूर्ती आणि कायद्याच्या विद्यार्थ्यांना नैगमनिक युक्तिवादाचे प्रात्यक्षिक ज्ञान आवश्यक आहे. विशेषत: युक्तिवादाचे आकार म्हणजे संविधानाचा उपयुक्त साधन म्हणून वापर करता येतो.

**To criticize, reverse or overrule an administrative or judicial decision as "arbitrary, "capricious," "unsupported by law" or "contrary to precedent" is to say nothing more, but nothing less, than that the decision is deficient in logic and reason.**

न्याय प्रक्रियेच्या तीनही पैलूमध्ये – कायदे बनविणे, कायद्याची अंमलबजावणी करणे आणि कायद्याचा अर्थ लावणे यामध्ये तर्कशास्त्राची भूमिका महत्त्वाची ठरते.

कायदे बनविताना भाषा खूप महत्त्वाची ठरते. कायदे संदिग्ध किंवा द्व्यर्थी असू नयेत. ते सुस्पष्ट, नेमके आणि अचूक असले पाहिजेत. विविध प्रकारचे कायदेशीर दस्ताऐवज बनविताना तपशीलाचा नेमकेपणा, अचूकपणा महत्त्वाचा ठरतो. कायद्यात वापरलेले शब्दप्रयोग व्यवस्थितपणे परिभाषित केले गेले पाहिजेत. कायदा आणि कायदेशीर दस्ताऐवज बनविण्यासाठीही तर्कशास्त्रीय तत्त्वांचे ज्ञान महत्त्वाचे आणि आवश्यक ठरते.

कायद्याची अंमलबजावणी करणे हे न्याय प्रक्रियेचे महत्त्वाचे अंग आहे. विवादांचे निराकरण करणे हे न्यायालयीन प्रणालीचे प्रमुख उद्दिष्ट आहे. न्यायालयाने दिलेला निर्णय निश्चित आणि न्याय्य स्वरूपाचा असणे जरूरीचे असते. संपूर्ण न्यायप्रक्रिया ही तर्कशास्त्राच्या मूलभूत तत्त्वांच्या उपयोजनावर आधारित आहे. न्याय प्रक्रियेत विविध प्रकारच्या तर्कदोषांचे ज्ञान उपयुक्त ठरते. तर्कदोषाचे ज्ञान वकिलांना केवळ विरोधी पक्षाच्या युक्तिवादातील त्रुटी ओळखण्यासाठी सक्षम करत नाही तर स्वत: मांडलेल्या युक्तिवादाचे समर्थन करण्यासही मदत करते. शेवटी तार्किक तत्त्वांचा अवलंब करून वकिलांच्या युक्तिवादाचे मूल्यांकन केले जाते. न्यायालयापुढे सादर केलेल्या पुराव्याचे विश्लेषण करून वाजवी निर्णय दिला जातो.

काही वेळा न्याय व्यवस्थेत विवादाचे निराकरण करून अंतिम निर्णयाप्रत पोहचण्यासाठी एखाद्या कायद्याचा, नियमांचा, वा तत्त्वांचा वापर करावा लागतो. उदा. अशिलाची बाजू मांडताना एखादा वकिल एखादा नियम लागू पडतो असे म्हणेल तर विरोधी पक्षाचा वकिल ते नाकारून तो नियम लागू पडत नाही असा दावा करेल. अशा वेळी तर्कशास्त्राचे ज्ञान कायद्याचा किंवा नियमाचा योग्य अर्थ लावण्यास मदत करते.

## ७.३ विज्ञानात तर्कशास्त्राचे उपयोजन –

शास्त्रीय पद्धतीने एकत्रीत केलेल्या तथ्यात्मक ज्ञानाची एक सुसंबद्ध रचना म्हणून विज्ञानाची व्याख्या दिली जाते. माणसाच्या भोवतालच्या विश्वाचा शोध घेण्यासाठी आणि समजून घेण्यासाठी मनुष्याच्या मूलभूत जिज्ञासेतून विज्ञान जन्माला आले. मनुष्याची ज्ञानाची तहान म्हणजे वास्तवाचे खरे स्वरूप जाणून घेणे होय. तथापी वास्तवाबद्दलचा म्हणजे तथ्याचा आपला समज नेहमीच अचूक असेलच असे नाही. म्हणून तथ्याच्या अचूक आणि चुकीच्या स्पष्टीकरणामध्ये फरक करण्याची चाचणी असणे आवश्यक आहे. म्हणून तर्कसंगत, तार्किक आणि तथ्यात्मक पुराव्यावर आधारित स्पष्टीकरण विज्ञानामध्ये योग्य स्पष्टीकरण म्हणून स्वीकारले जाते.

वैज्ञानिक पद्धती (सिद्धांत कल्पनाधिष्ठीत निगामी पद्धती) वैज्ञानिक विचार तार्किक विचारसरणीचे अनुसरण कसे करतात हे स्पष्ट करते. वैज्ञानिक पद्धतीमधील प्रत्येक टप्पा तर्कशास्त्रावर आधारित आहे.

१) वैज्ञानिक पद्धतीमधील महत्त्वाचा पहिला टप्पा – म्हणजे – सिद्धांत कल्पनेची मांडणी जरी सिद्धांत कल्पना सुचण्यासाठी सर्जनशील कल्पना

महत्त्वपूर्ण असली तरी तो अविवेकी अंदाज नसून तार्किक कल्पना असते. वैज्ञानिकाला निगमन तसेच सरलगणन सादृश्यानुमान यासारख्या विगमनाच्या द्वारे सिद्धांत कल्पना सुचू शकतात.

२) सुचविलेली सिद्धांतकल्पना उचित असली पाहिजे. सिद्धांतकल्पनेची समर्पकता, सुसंगता, इतर नियमांशी असलेली सुसंगता ठरवण्यासाठी तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांचे आणि नियमांचे ज्ञान असणे आवश्यक आहे.

३) सिद्धांत कल्पनेचे परिक्षण करण्यासाठी कोणत्या संबंधित तथ्यांचे निरीक्षण केले गेले पाहिजे, कोणती माहिती गोळा केली पाहिजे, एकत्रित केलेले पुरावे संबंधित तसेच प्रासंगिक वा पुरेसे आहेत का? कोणते प्रयोग केले गेले पाहिजे हे सर्व निर्णय तार्किक विचारांवर आधारित आहेत.

४) विज्ञानात बहुतेक वेळा सिद्धांतकल्पनेचे अप्रत्यक्ष परिक्षण केले जाते जेथे सिद्धांतकल्पनेतून निष्कर्ष निगमनित केले जातात. सिद्धांतकल्पनेच्या निगामी विकासासाठी नैगमनिक युक्तिवादाची आवश्यकता असते.

आपले तर्कशास्त्राचे ज्ञान हे स्पष्ट करते की अप्रत्यक्ष परिक्षणात निष्कर्ष स्विकारण्याचा तर्कदोष होतो म्हणूनच प्रस्तावित सिद्धांत कल्पना वगळता इतर कोणत्याही सिद्धांतकल्पना तथ्ये समजावून सांगू शकत नाही हीच सिद्धांतकल्पना सिद्ध करण्याची पुढील पायरी आहे. एखाद्याला सर्व पर्यायी सिद्धांत कल्पना माहित असणे शक्य होत नाही म्हणून सिद्धांतकल्पना सिद्ध करणे शक्य नसते. अशाप्रकारे आपण तर्कशुद्धपणे या निष्कर्षाप्रत आलो की वैज्ञानिक नियम आणि सिद्धांत निश्चितपणे सिद्ध होऊ शकत नाहीत म्हणून वैज्ञानिक ज्ञान संभाव्य असते.

विज्ञानात कोणताही नियम किंवा सिद्धांत सिद्ध करताना केवळ त्याच्या समर्थनार्थ नुसताच पुरावा पुरेसा नसतो तर त्यासाठी देण्यात येणारा युक्तिवाद युक्त म्हणजेच वैध असला पाहिजे. तर्कशास्त्राचे ज्ञान युक्तिवादाची युक्तता (वैधता) ठरविण्यास मदत करते.

५) वैज्ञानिक नियम तथ्यांचे वर्गीकृत, कारणात्मक, गणितीय आणि उपपत्तीय रचना असा योग्य अनुक्रम लावून स्पष्टीकरण करतात. हे वर्गीकरण म्हणजे काही योजनेनुसार तथ्यांची मांडणी वा व्यवस्था हे तार्किक विचारावर आधारित आहे. उपपत्तीच्या व्याप्तीत जे नियम येतात त्याला त्याच्या व्याप्तीनुसार क्रम दिला जातो. विज्ञानात सर्वात उच्च स्थानावर उपपत्तीचा क्रम लागतो. त्यास विज्ञानामधील उच्च संस्था म्हणूनही ओळखले जाते. नियम उपपत्तीतूनच अनुमानीत केले जातात, जे वस्तुस्थिती स्पष्ट करतात. ज्यामुळे हे स्पष्ट होते की विज्ञान एक प्रणाली असून तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांवर आधारित आहे.

वैज्ञानिक विचार आणि तार्किक विचार यातील संबंध एकतर्फी आहे. तर्कशास्त्र विज्ञानास मदत करते परंतु विज्ञान तर्कशास्त्रामध्ये सहायक होऊ शकत नाही. तर्कशुद्ध विचार वैज्ञानिक विचारांपेक्षा व्यापक आहे. त्याऐवजी वैज्ञानिक विचार तार्किक विचारांवर आधारित असतात असे म्हणणे योग्य ठरेल. वैज्ञानिक नियम आणि सिद्धांताचा वापर करणारे ज्ञान देखिल तार्किक निष्कर्ष व अंदाजावर आधारित असतात.

## ७.४ संगणक शास्त्रातील तर्कशास्त्राचे उपयोजन –

संगणकचा शोध २० व्या शतकातील सर्वात महत्त्वपूर्ण शोध आहे. संगणकाने आपले आयुष्य प्रभावित केले आहे. जवळ जवळ सर्वच ठिकाणी घर असो वा कार्यालय संगणकाचा सर्रास वापर केला जातो. संगणक आधुनिक मनुष्याच्या आयुष्यातील एक अविभाज्य भाग बनला आहे. जरी संगणक मनुष्यापेक्षा श्रेष्ठ असल्याचे दिसत असले तरी तो मनुष्यासारखा विचार करू शकत नाही. तो केवळ दिलेल्या निर्देशानुसारच कार्य करू शकतो असे असले तरी तो एक विलक्षण शोध मानावा लागेल कारण संगणक मानवापेक्षा द्रुतगतीने वेगवान, अचूक आणि सुसंगत काम करू शकतो. तो एकाचवेळी एकापेक्षा अनेक कार्य करू शकतो. संगणक तासन्तास सतत कार्यरत राहू शकतो, जे मनुष्याला शक्य नाही.

संगणक काही विशिष्ट कार्य करू शकतो आणि दिलेल्या निर्देशांचे पालन करून समस्यांचे निराकारण देखिल करू शकतो. संगणकात कोणते विशिष्ट कार्य कसे करावे याबद्दलचे निर्देश दिलेले असतात, त्या

निर्देशाचे अनुक्रम म्हणजे संगणकाची आज्ञावली होय. ही संगणकाची आज्ञावली ठराविक भाषेमध्ये असते जी संगणकाला समजते. जी भाषा संगणकाला समजते तिला "यंत्र भाषा" म्हटले जाते.

संगणक आज्ञावली बनविण्यासाठी तर्कशास्त्राच्या तत्त्वांचे ज्ञान असणे आवश्यक आहे. वेगवेगळी कामे करण्यासाठी संगणक द्वियोज्य पद्धतीचा वापर करतो. इथे केवळ २ अंकाचा वापर केला जातो ते म्हणजे 0 आणि १ याचे एक कारण असे कि मानवी तर्कशास्त्र द्वियोज्य तत्त्वावर आधारित आहे. ते म्हणजे सत्य किंवा असत्य, होय किंवा नाही अशा प्रकारची विधाने. भाषेत असलेली माहिती संगणकाला द्वियोज्य अंकात रूपांतरित करून पुरवली जाते. या प्रक्रियेनंतर संगणकाने प्रदान केलेली माहिती देखिल द्वियोज्य अंकातच दिलेली असते, जे भाषेत रूपांतरित करून संगणकाच्या पडद्यावर प्रदर्शित केले जाते.

अशा प्रकारे संगणक 0 आणि १ च्या स्वरूपात माहिती प्राप्त करतो, साठवतो, संचय करतो आणि कुशलतेने हाताळतो. ज्या तर्कशास्त्रीय मंडलाद्वारे म्हणजेच लॉजिक सर्किट द्वारे ही द्वियोज्य माहिती कुशलतापूर्वक हाताळली जाते त्यास 'Logic gates' म्हणतात.

अंकात्मक पद्धतीच्या रचनेमध्ये वारंवार केल्या जाणाऱ्या महत्त्वाच्या तार्किक कृती म्हणजे AND, OR, NOT, NAND, (NOT AND), NOR आणि EXCLUSIVE OR अशा प्रकारच्या असतात. Logic gates हे संगणाकाचे मूलभूत घटक आहेत. ह्या logic gates मुळे द्वियोज्य माहिती तार्किक पद्धतीने अतिशय कुशलतेने हाताळली जाते. संगणकात वापरले गेलेले महत्त्वाचे अंकिय मंडल जसे की बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार इ. समजून घेण्यासाठी Logic gates चे ज्ञान असणे अनिवार्य आहे. प्रत्येक गेट्साठी असलेले द्वियोज्य चरांचे आदान प्रदान सत्यता कोष्टकाच्या स्वरूपात दर्शविलेले असते. जे मूलत: तर्कशास्त्रातल्या सत्यता कोष्टकासारखेच आहे.

कोणत्याही समस्येचे निराकारण करण्यासाठी प्रोग्रामर संगणकास एक पद्धत प्रदान करते, ती एक प्रक्रियेच्या स्वरूपात असून एक चरणबद्ध मालिका तार्किक क्रमात दिलेली असते. ज्यास ॲल्गोरिदम असे म्हटले जाते. ॲल्गोरिदम Flow chart च्या रूपात व्यक्त केले जाते. जी प्रक्रिया परिभाषित करणारी एक रूपरेषाच असते. फ्लो चार्टमध्ये कृतीचा क्रम आणि प्रोग्रामच्या अनेक विभागामधील संबंध दर्शविलेला असतो. Flow chart हे एखाद्या संगणकापासून वा संगणक भाषेपासून वेगळे असतात.

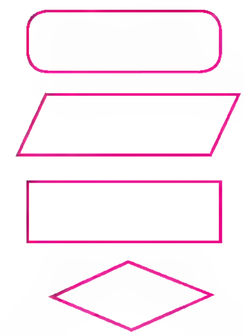
सामान्यत: फ्लो चार्ट काढण्यासाठी जी मानक चिन्हे वापरली जातात ती अशी –

प्रारंभ / अंत –

आदान / प्रदान –

प्रक्रिया –

तर्कशास्त्रीय निर्णय –



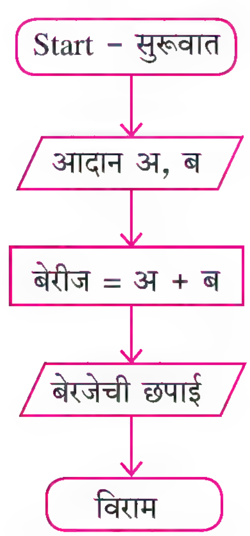
उदा. दोन अंकांची बेरीज दाखविणारा फ्लो चार्ट खालील प्रमाणे.

**पायरी क्र. १** – आदान क्रमांक २ अ आणि ब

**पायरी क्र. २** – गणना बेरीज = अ + ब

**पायरी क्र. ३** – बेरजेची छपाई

**पायरी क्र. ४** – थांबा



## सारांश

- तर्कशास्त्र वैध विचार करण्याचे प्रशिक्षण देते. जीवनातील प्रत्येक क्षेत्रात अचूक विचाराची क्षमता उपयुक्त ठरते.
- दैनंदिन जीवनात तर्कशास्त्र आपणास योग्य निर्णय घेण्यास सक्षम करते, यामुळे जीवनात यश मिळते आणि तर्कशुद्ध विचाराने आत्मविश्वास वाढतो.
- तर्कशास्त्र विचारांच्या आदान प्रदान प्रक्रियेत उपयुक्त आहे.
- तर्कशास्त्रीय तत्त्वे आपणास इतरांच्या समस्या व त्यांचे मूल्यांकन करण्यासाठी सक्षम करतात.
- तर्कशास्त्राची भूमिका कायदेशीर सुनावणीमध्ये महत्त्वपूर्ण आहे. कायदे बनविणे कायद्यांची अंमलबजावणी करणे, कायद्याचा अर्थ लावणे यासाठी तर्कशास्त्र उपयुक्त आहे.
- वैज्ञानिक पद्धत तार्किक विचारांचे अनुसरण करते. वैज्ञानिक विचारातील प्रत्येक टप्प्यामध्ये तार्किक तत्त्वांचा आधार असतो.
- तार्किक विचार वैज्ञानिक विचारांपेक्षा व्यापक आहेत.

## स्वाध्याय

**प्र. १. कंसातील योग्य शब्द निवडून रिकाम्या जागा भरा.**

(१) ………… चे ज्ञान आपल्यातील संवाद अधिक अचूक आणि परिपूर्ण बनवू शकते.

(मानसशास्त्र / तर्कशास्त्र)

(२) औपचारिक प्रशिक्षण तर्कशुद्ध विचार करण्यासाठी ………… आहे.

(आवश्यक / अनावश्यक)

(३) तार्किक तत्त्वांचे ज्ञान आपणास ………… चे मूल्यांकन आणि संमिश्रणात्मक वर्गीकरण करण्यास सक्षम करते. (युक्तिवाद / भावना)

(४) ………… ज्ञान वैध युक्तिवाद तयार करण्याची आपली क्षमता विकसित करते.

(तर्कदोषांचे / कायद्याचे)

(५) सिद्धांत कल्पना हा एक ………… अंदाज आहे.

(अविवेकी / तार्किक)

(६) तार्किक विचार हा वैज्ञानिक विचारापेक्षा ………… असतो.

(संक्षिप्त / व्यापक)

(७) संगणकात विशिष्ट कार्य कसे करावे याबद्दलच्या निर्देशांचा अनुक्रम म्हणजे संगणकाची ………… होय.

(आज्ञावली / प्रक्रिया)

(८) संगणक ………… या प्रणालीचा उपयोग वेगवेगळी कामे करण्यासाठी करतो.

(एकयोज्य / द्वियोज्य)

**प्र. २. खालील विधाने सत्य की असत्य ते लिहा.**

(१) तार्किक विचार आपणास योग्य निर्णय घेण्यास मदत करतो.

(२) तर्कशास्त्र आपणास तर्कशुद्ध विचार करण्याच्या अंगभूत क्षमतेबद्दलचा आत्मविश्वास देते.

(३) तर्क हे मानवी मताचे अंतर्भूत वैशिष्ट्य नाही.

(४) संवाद साधण्यासाठी तर्कशास्त्राचा उपयोग होत नाही.

(५) वैगमनिक अनुमाने जसे सरल गणन, साम्यानुमान शास्त्रज्ञांना सिद्धांत कल्पना सुचवितात.

(६) वैज्ञानिक विचार व तार्किक विचार यांच्यातील संबंध एकतर्फी आहे.

(७) जी भाषा संगणकाला समजते तिला 'कृत्रिम भाषा' म्हणतात.

(८) लॉजिक गेट्स हे संगणकाचे मुलभूत घटक आहेत.

**प्र.३. थोडक्यात टिपा लिहा.**

(१) तर्कशास्त्राचे न्याय प्रक्रियेतील उपयोजन.

(२) तर्कशास्त्राचे संगणक शास्त्रातील उपयोजन.

(३) संपर्कामध्ये तर्कशास्त्राची भूमिका

(४) दैंनदिन जीवनात तर्कशास्त्राचे महत्त्व.

**प्र. ४.खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.**

(१) निर्णय घेताना तर्कशास्त्र कसे उपयोगी पडते याचे उदाहरणासह स्पष्टीकरण द्या.

(२) विज्ञानामध्ये तर्कशास्त्राचे उपयोजन उदाहरणासह स्पष्ट करा.

(३) कायदा तयार करणे आणि त्याची अंमलबजावणी करणे यामध्ये तर्कशास्त्राची भूमिका स्पष्ट करा.

(४) युक्तिवादांचे समिक्षणात्मक मूल्यमापन करण्यासाठी तर्कशास्त्र कशी मदत करते ते स्पष्ट करा.

❖ ❖ ❖

## पारिभाषिक शब्द

**सामान्युमान / सादृश्यानुमान :** विगमनाचा एक प्रकार की ज्यात ज्ञात साम्याच्या आधारे अज्ञात साम्याविषयीचा निष्कर्ष काढला जातो.

**युक्तिवाद :** विधानांचा असा समूह ज्यात एक विधान इतर विधानांच्या पुराव्याच्या आधारे निष्कर्ष विधान प्राप्त केले जाते.

**मुष्टिप्रतियुक्ति तर्कदोष / बलाभास :** असा न-आकारिक / आशयाशी संबंधीत तर्कदोष ज्यात निष्कर्ष सिद्ध करण्यासाठी शक्तीला / बलाला आवाहन केलेले असते.

**व्यक्तिप्रतियुक्ति तर्कदोष :** असा न-आकारिक तर्कदोष ज्यात निष्कर्ष सिद्ध करण्यासाठी युक्तिवाद करणाऱ्या व्यक्तीवर दोषारोप केलेला असतो.

**लोकाज्ञान / अज्ञानमूलक तर्कदोष :** असा न-आकारिक तर्कदोष ज्यात एखादे विधान सिद्ध करण्यासाठी त्याचे विरोधी विधान असिद्ध करता येत नाही, याचा आधार घेतला जातो.

**अनुकंपा / दैन्ययुक्ति तर्कदोष :** असा न-आकारिक तर्कदोष ज्यात दयेला आवाहन केलेले असते.

**लोकभावना तर्कदोष :** असा न-आकारित तर्कदोष, ज्यात लोकांच्या भावनांना आवाहन केलेले असते.

**आप्तादर तर्कदोष :** आ न-आकारिक तर्कदोष, ज्यात संबंधित क्षेत्रातील तज्ज्ञ नसलेल्या व्यक्तीच्या मताला आवाहन केले जाते.

**द्विवियोज्य / द्विविवदी संयोजक (तर्ककारक) :** दोन विधानांना जोडणारा संयोजक.

**मिश्र विधान :** असे विधान ज्यात इतर घटकविधाने आहेत.

**निष्कर्ष :** युक्तिवादातील आधारविधानांपासून निष्पन्न केलेले विधान.

**संधि विधान :** 'आणि' या सत्यताफलनात्मक संयोजकाने जोडलेल्या कोणत्याही दोन विधानांनी बनलेले मिश्र विधान.

**संधि-फलन :** असे सत्यताफलन की त्याची दोन्ही घटकविधाने सत्य असतानाच सत्य असते.

**नैमित्तिकतया सत्यासत्य :** सत्यताफलनात्मक आकार की जो काही शक्यतांमध्ये सत्य तर काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो.

**व्याघात / सर्वतः असत्यता :** घटकविधानांच्या सत्यासत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये असत्य असणारा सत्यताफलनात्मक विधानाकार.

**प्रसंग विपर्यय / उपाधि तर्कदोष :** असा न-आकारित तर्कदोष ज्यात सामान्य परिस्थितीत सत्य असणारे विधान विशिष्ट परिस्थितीतही जसेच्या तसे लागू केले जाते.

**निर्णयपद्धती :** विशिष्ट गोष्ट / वस्तू विशिष्ट वर्गात समाविष्ट होते किंवा नाही हे ठरविण्याची पद्धती.

**नैगमनिक सिद्धता :** युक्तिवादाची अशी सिद्धता ज्यात आधारविधानांपासून निष्कर्ष मूलभूत युक्त अनुमानाकारांच्या सहाय्यानेक्रमाने सिद्ध केला जातो.

**प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता :** नैगमनिक सिद्धता ज्यात आधारविधानांपासून निष्कर्ष मूलभूत युक्त अनुमानांच्या आधारे क्रमाने सिद्ध केला जातो.

**वैकल्पिक विधान :** मिश्र विधान ज्यात 'किंवा' या शब्दाने दोन विधाने जोडलेली असतात.

**विकल्प-फलन :** असे सत्यताफलन जे तेव्हाच असत्य असते जेव्हा त्याची दोन्ही घटकविधाने असत्य असतात.

**सममूल्यता :** असे विधानसंयोजक जे तेव्हाच सत्य असते जेव्हा त्याच्या दोन्ही घटकविधानांचे मूल्य समान असते.

**सममूल्यविधान :** असे मिश्र विधान ज्याची दोन्ही घटकविधाने एकमेकांना व्यंजित करतात.

**तर्कदोष :** विचारातील असा दोष ज्यामुळे ज्यात युक्तिवाद निष्कर्ष प्रस्थापित करतो असे वाटते परंतु प्रत्यक्षात करत नाही.

**प्रसंगदोष व्याख्या :** असा न-आकारिक तर्कदोष, ज्यात जे सामान्यतः सत्य असते ते विशिष्ट प्रसंगी सत्य मानले जाते किंवा सर्वसाधारण परिस्थितीत जे सत्य असते ते अपवादात्मक परिस्थितीत सत्य मानले जाते.

**समूहाभास तर्कदोष :** असा न-आकारिक तर्कदोष ज्यात समष्टिच्या प्रत्येक भागाला जे गुणधर्म लागू होतात ते त्या संपूर्ण समष्टिलाही लागू होतात असा युक्तिवाद केला जातो.

**विभाजन तर्कदोष :** असा न-आकारिक तर्कदोष ज्यात समष्टिच्या बाबतीत जे सत्य आहे ते तिच्या प्रत्येक भागाबाबतही सत्य आहे असा युक्तिवाद केला जातो.

**आकारिक तर्कदोष :** तर्कनियमांचा भंग केल्यामुळे निर्माण होणारा दोष.

**सामान्यीकरण :** सामान्य विधान प्रस्थापित करण्याची प्रक्रिया.

**सोपाधिक-फलन :** असे सत्यताफलन जे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असेल तर आणि तरच असत्य असते.

**अनुमान :** अशी विचारप्रक्रिया ज्यात पुराव्यापासून निष्कर्ष सिद्ध केलेला असतो.

**केवल गणनात्मक विगमन :** असे सामान्यीकरण ज्यात असा युक्तिवाद केलेला असतो की एखाद्या प्रकारच्या अनेक उदाहरणांबाबत जे सत्य असते, ते त्या प्रकारच्या सर्व उदाहरणांबाबत सत्य असते.

**एकयोज्य / एकपदी संयोजक (तर्ककारक) :** एकाच विधानाला लागणारे संयोजक.

**निषेध :** "~" हे विधान संयोजक.

**निषेध विधान :** एखाद्या विधानाच्या निषेध केल्यानंतर निष्पन्न होणारे मिश्र विधान.

**न-आकारिक तर्कदोष :** असा तर्कदोष जो संदिग्ध शब्दांच्या वापरामुळे किंवा अनुमानाशी संबंधित अशा काही घटकांकडे दुर्लक्ष केल्यामुळे घडतो.

**प्रजाती व व्यवच्छेदक धर्म सांगणारी व्याख्या :** अशी व्याख्या ज्यात व्याख्येय पदाचा अर्थ प्रजाती व व्यवच्छेदक धर्म सांगून स्पष्ट केला जातो.

**आधारविधान :** युक्तिवादात ज्यापासून निष्कर्ष निष्पन्न केला जातो ते विधान.

**विधान :** सत्य किंवा असत्य असणारे वाक्य.

**विधान संयोजक :** विधानांना जोडणारा शब्द/चिन्ह. पाच विधान संयोजने "~", ".", "v", "⊃", "≡"

**विधान अचर :** विशिष्ट विधानासाठी योजले जाणारे चिन्ह.

**विधान चर :** 'कोणतेही विधान' या अर्थी योजले जाणारे चिन्ह.

**शास्त्रीय विगमन :** सामान्य विधान प्रस्थापित करण्याची अशी प्रक्रिया ज्यात प्रत्यक्ष आणि अप्रत्यक्ष पुरावा दिला जातो.

**सरल-विधान :** असे विधान ज्यात दुसरे कोणतेही घटक विधान नसते.

**उचित युक्तिवाद :** ज्याचे निष्कर्ष विधान सत्य असते असा युक्त युक्तिवाद.

**सर्वत: सत्यता :** घटक विधानांच्या सत्यासत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये सत्य असणारा सत्यताफलनात्मक विधानाकार.

**सत्यताफलनात्मक मिश्र विधान :** असे मिश्र विधान की ज्याचे सत्यता मूल्य त्याच्या घटकविधानांच्या सत्यतामूल्यांवरून ठरते.

**सत्यताकोष्टक :** विधान संयोजके असलेल्या विधानांची सत्यतामूल्ये मांडण्यासाठी केलेला तक्ता.

**सोपाधिक विधान :** असे विधान की ज्यात उद्देश्य आणि विधेय यातील होकारात्मक अथवा नकारात्मक संबंध विशिष्ट उपाधिने (अटीने) सांगितला जातो.

**विज्ञान :** शास्त्रीय पद्धतीने एकत्रीत केलेल्या तथ्यात्मक ज्ञानाची एक सुसंबद्ध रचना.

**संगणक आज्ञावली :** संगणकात कोणते कार्य कसे करावे यासंबंधीच्या निर्देशांचा अनुक्रम (प्रोग्राम)

# Bibliography

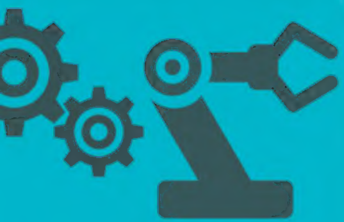

- KT Basantani, Elementary Logic, First Edition September 1995
- Irving M.Copi. Carl Cohen, Priyadarshi Jetli and Monica Prabhakar. Thirteenth Edition 2009.
- KT Basantani, Introduction to Logic.
- Irving M.Copi. and Carl Cohen, Introduction of Logic, Eleventh Edition, Third Indian Reprint, 2004.
- Irving M.Copi, Symbolic Logic, Fifth Edition, 1973
- Rebert Baum, Logic, First Edition.
- Max Black, Critical Thinking, Second Edition.
- Susanne Langer, Introduction of Symbolic Logic, Second Edition.
- G.E. Hughes and D.G. Londey, Elements of Formal Logic, First Indian Reprint, 1967.
- Dawon and O'Connor, Introduction to Symbolic Logic, Third Edition.
- Stephen Dorker, Elements of Logic, 1965.
- Salman V.C., Logic, Princeton-Hall, Inc. 1963.
- Cohen Morris & Earnest Magel, in Introduction to Logic and Scientific Method, - 1961.
- Suppes P, Introduction to Logic, Princeton, 1957.
- Hospers J, An Introdcution to philosophical analysis, Englewood Cliffs, 1953.
- Hemple C.G. Philosophy of Normal Science, Printice-Hall Inc. 1963.
- Wikipedia
- Internet Encyclopedia of Philosophy.

**मराठी**

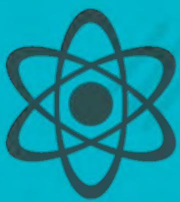
- मे. पु. रेगे – आकारिक तर्कशास्त्र
- महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ पुणे – इयत्ता ११ वी तर्कशास्त्र
- बी. आर. जोशी, ई. आर. मठवाले, एस. व्ही. कुलकर्णी – तर्कविद्या भाग १, तर्कविद्या भाग २
- व. वि. अकोलकर, ल. के. आरावरकर – उच्च माध्यमिक तर्कशास्त्र इयत्ता ११ वी.

**हिंदी**

- केदारनाथ तिवारी – निगमन तर्कशास्त्र
- अशोककुमार वर्मा – सरल निगमन तर्कशास्त्र









महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ,
पुणे–४११००४.

मराठी तर्कशास्त्र इ.११ वी

₹९८.००